

GUIMARÃES, G. Categorização e representação de dados: o que sabem alunos do Ensino Fundamental. Borba e Guimarães (Orgs) A pesquisa em Educação Matemática: repercussões para a sala de aula. Cortez Editora: São Paulo, 2009. p.134-176

CATEGORIZAÇÃO E REPRESENTAÇÃO DE DADOS: O QUE SABEM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL?

Gilda Lisbôa Guimarães¹

Este capítulo tem como objetivo refletir sobre a importância de trabalharmos na escola com representações em gráficos e tabelas. Hoje em dia convivemos com uma grande quantidade de informações que, para serem compreendidas muitas vezes são organizadas em gráficos e tabelas, pois essas são maneiras de representar os dados de forma condensada e de rápida apreensão. Os meios de comunicação cientes dessas possibilidades, cada vez mais buscam utilizar gráficos e/ou tabelas, seja em jornais, revistas, outdoors ou televisão, como uma forma rápida, precisa e eficiente para veicular e organizar informações.

Será que nossos alunos conseguem compreender essas representações? O que nós professores devemos fazer? Realizamos, então, esse estudo buscando investigar como alunos das séries iniciais do ensino fundamental construam e interpretavam gráficos e tabelas.

Começamos por observar que no campo educacional, o ensino de estatística vem sendo colocado como um importante conteúdo a ser trabalhado no ensino fundamental. Em vários países, inclusive no Brasil, tem sido recomendado que a estatística seja incluída como componente do currículo escolar de matemática.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais discutem a importância da introdução do estudo de estatística já nas séries iniciais, argumentando que a coleta e representação dos dados são fontes de situações-problema reais, envolvendo contagem, números, medidas, cálculos e estimativas que favorecem a comunicação oral e escrita. Nesse documento encontramos uma concepção de ensino-aprendizagem que considera que as atividades com gráficos devem envolver procedimentos estatísticos impregnados pelo espírito de investigação e exploração, pois, em geral, neste tipo de atividade as conclusões levam a novas questões de investigação, gerando novas oportunidades para a sistematização de conhecimentos e a ampliação da visão que os alunos possuem sobre a matemática. De acordo com os PCNs, “a finalidade é que o aluno venha a construir

¹ Gilda.lguimaraes@gmail.com

procedimentos para coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem freqüentemente em seu dia-a-dia”. (p 56).

No campo científico o ensino de estatística, ou mais precisamente a compreensão sobre representações em gráficos e tabelas, vem também aumentando sua importância nas últimas décadas, refletindo-se no crescente surgimento de publicações nacionais e internacionais além de conferências internacionais de pesquisa na área.

O ensino de estatística vem sendo cada vez mais valorizado nas últimas décadas devido exatamente à sua importância na formação geral do cidadão. A estatística desde seu começo se apresentou como uma ciência interdisciplinar e grande parte de seu progresso se deu pela possibilidade de resolver problemas em campos diversos. Os alunos, como cidadãos, precisam saber o papel da estatística na sociedade, quais as questões que a estatística pode ser útil e quais suas limitações.

Diante da ênfase que vem sendo dada hoje em dia para a importância dos alunos saberem pesquisar, saber classificar e sistematizar informações torna-se, então, fundamental trabalhar com representações em gráficos e/ou tabelas. Ponte, Oliveira, Brunheira, Varandas e Ferreira (1999), acreditando nessa importância, afirmam que toda atividade matemática rica envolve investigação incluindo reconhecimento da situação, formulação de questões, formulação de hipóteses, teste, argumentação, demonstração e avaliação.

Dessa forma, trabalhar com matemática é trabalhar com situações problemas onde a matemática é uma ferramenta que utilizamos para nos ajudar a solucionar os problemas. Assim, como muito tem sido dito, o papel do professor deixa de ser um “repassador” de conteúdos e passa a ser o de orientador na busca de melhores caminhos à solução desses problemas. Mas como saber qual é o melhor caminho? É buscando responder essas questões, que cada vez mais vem sendo estimulado a valorização do trabalho do professor enquanto pesquisador. Tem sido ressaltado que a partir de uma postura investigativa do professor, os alunos passam também a buscar informações para a construção do conhecimento que desejam. O fato dos alunos observarem o professor a investigar é extremamente importante para aprenderem, eles próprios, o modo de conduzir uma investigação.

Como argumenta Arouca (2001), “pesquisa não é apenas aquela que se aprende no nível da educação institucional, não são títulos, nem publicações, mas é a atitude cotidiana do aprender a aprender, do saber pensar para melhor agir; a educação é um processo permanente; pesquisa é uma atitude que deve ser cotidiana”.(p.87)

A importância das classificações

O trabalho com informações a partir de uma visualização gráfica permite apresentar vários dados num pequeno espaço. Entretanto, esses dados devem ser organizados em grupos, ou seja, é preciso utilizar uma classificação que permitirá comparações entre os mesmos. A partir desses diferentes grupos de dados várias questões podem ser reveladas e podem ser exploradas integrando descrições visuais e verbais. Por outro lado, a descrição de dados a partir de formas visuais exige que saibamos reconhecer suas convenções gráficas para podermos estabelecer relações entre os dados.

A representação de dados envolve a construção de formas visuais que podem ser organizadas de diferentes maneiras. Podemos representar os dados a partir de diferentes tipos de gráficos tais como barras, linhas, setores e etc. Cada tipo de representação pode ressaltar ou encobrir informações que desejamos relacionar ou apresentar.² A escolha das classificações ou das escalas que utilizamos também depende dos objetivos de quem está construindo a representação, pois ao diminuirmos os intervalos de uma escala os valores se aproximam e se aumentamos eles se distanciam. Assim, se meu objetivo é mostrar que os valores são muito próximos devo escolher um intervalo pequeno caso contrário devo escolher um intervalo bem grande. Como exemplo podemos pensar os gráficos apresentados em campanhas eleitorais, na quais um candidato que quer mostrar que a diferença de seu adversário que está na frente é pequena, normalmente escolhe uma escala com intervalos pequenos.

Assim, analisar e interpretar envolve compreender a forma como os dados foram organizados e apresentados, para podermos fazer interpretações, inferências e predições. É preciso discernir dos dados ordem/desordem, sentido/sem sentido e dados relevantes e irrelevantes. Assim, como afirma Curcio (1987) “ler entre os dados” é diferente de “ler através dos dados”.

Diante da importância de trabalharmos com representações gráficas e considerando a aprendizagem de representações gráficas como capacidade de transformar questões relativas às situações de vida em propriedades visuais e numéricas, nós professores, temos que começar a propor atividades em nossas salas de aula.

Mas como trabalhar?

Como os alunos compreendem os vários tipos de gráficos?

² Para maiores esclarecimentos ver o capítulo 1 de Ana Selva nesse livro.

Compreender gráficos e o mesmo que compreender tabelas?

Os alunos sabem construir gráficos e tabelas?

Quem sabe interpretar, sabe construir?

Escutar outros interpretando gráficos ajuda a compreensão?

Buscando contribuir com essa discussão resolvemos estudar sobre esse tema. Reviramos o que já vinha sendo publicado e percebemos que, apesar dessa valorização, poucos eram os estudos que investigavam a compreensão de alunos do ensino fundamental em relação à interpretação e construção de representações gráficas.

Começamos, então, nos perguntando o que seria necessário o aluno saber para construir um gráfico. Segundo Hancock (1991), para a construção de um gráfico é necessário que se estabeleça quais as variáveis serão registradas e para isso é preciso que os alunos definam as variáveis e classifiquem os elementos segundo critérios.

E o que é classificar?

Para formar categorias com objetos, classificá-los e ordená-los em função das semelhanças e diferenças de suas propriedades é necessário um processo de abstração das características invariantes dos elementos, que só é possível relacionando as propriedades das classes entre si e das classes com o todo. Constituir as classes e elaborar conceitos a partir da identificação de propriedades comuns implica num processo de inclusão hierárquica realizado através das operações do pensamento que vai sendo construído gradativamente pelos alunos. Estabelecer essas diferenças e semelhanças entre os objetos define a habilidade lógica da comparação, a qual possibilita a identificação das diversas propriedades. Vergnaud (1985) afirma que uma classe é o conjunto de elementos x que verificam a propriedade P (ex: quadrado, azul, ter osso,...). A relação “pertencer a mesma classe” é uma consequência da relação “tem a mesma propriedade”.

Podemos determinar, ainda, múltiplas propriedades para cada elemento ou ainda diferenciar as essenciais das não essenciais. Para cada propriedade precisamos definir o descritor. Um descritor é um conjunto de propriedades distintas na qual a propriedade é um valor tomado pelo descritor. Assim, azul é uma propriedade do objeto e cor é o descritor, ou quadrado é uma propriedade de certas formas planas e a forma geométrica é o descritor. Compreender a diferença entre a noção de propriedade e de descritor é importante, pois escolher os critérios, decidir como medir e nomear os padrões são ações estruturantes do pensamento dos alunos.

Entretanto, parece que classificar e estabelecer descritores vêm se apresentando como atividades difíceis para os alunos, como mostram os estudos de Falbel e Hancock, (1993), Spavold (1989) ou Lins (2000) com alunos de aproximadamente 10 anos de idade. Lins (1999) mostra, ainda, que em seu estudo com professorandas, essas também apresentavam dificuldades em classificar e principalmente em criar e nomear os descritores.

Essas dificuldades encontradas pelos alunos são consideradas por alguns autores, como Talízina (1987), Ribeiro e Nuñez (1997) e Guimarães (1995), como reflexo do ensino que não se preocupa com a formação desses procedimentos iniciais do processo lógico. Apesar de muitas das dificuldades observadas no estudo de diversas disciplinas terem sua origem na organização do pensamento lógico, a escola, em muitos casos, tem levado os alunos a reproduzirem classificações, sugerindo que existem formas fixas de classificar, em vez de trabalharem com a aprendizagem de classificar. Se tomarmos como exemplo o estudo dos animais, temos visto uma preocupação de vários professores de que seus alunos memorizem as características dos mamíferos, répteis, anfíbios... e seus representantes e não que compreendam a necessidade de classificarmos. Em muitos casos, tem sido considerado que quem não sabe essa categorização, não sabe classificar animais. Tal crença além de desconsiderar as infinitas formas que podemos utilizar para classificar os animais em função de nossos objetivos, o que se está ensinando não é a classificar e sim uma classificação específica.

Saber organizar os elementos em categorias é uma habilidade lógica do pensamento fundamental de trabalharmos com nossos alunos. Devemos ainda, estimulá-los a nomear as categorias, estabelecendo assim o descritor. Quando o aluno consegue nomear o descritor, ele demonstra consciência da escolha de seu critério de categorização.

Quais são as concepções que os alunos têm sobre a seleção e organização de dados?

Convivendo com crianças, nos questionávamos se de fato classificar e posteriormente, representar os dados em uma tabela era de fato difícil. Resolvemos, então, investigar a compreensão de crianças sobre o estabelecimento de categorias e sua organização em um banco de dados. Participaram de nossa pesquisa alunos de 3^a série do Ensino Fundamental de uma escola pública de Olinda. Escolhemos essa série, pois nessa escola era a partir dessa série que a maioria dos alunos sabiam ler e escrever, uma vez que as atividades que proporíamos exigia um pouco de leitura e queríamos que os

alunos mostrassem seu conhecimento sobre classificações independente de serem leitores. Porém, gostaríamos de frisar que atividades relacionadas à compreensão de gráficos podem ser investigadas/trabalhadas com alunos de outras séries, inclusive com alunos da educação infantil como mostra Ana Selva em outro capítulo desse livro.

Retomando o estudo que realizamos, após combinarmos com as professoras regentes das turmas o que pretendíamos desenvolver, solicitamos a todos os alunos de três turmas de 3ª série que individualmente resolvessem uma atividade, com o objetivo de investigar que fatores poderiam ser importantes na compreensão deles para a construção de uma tabela.

Nessa atividade queríamos saber se os alunos conseguiriam classificar os animais apresentados, estabelecer os descritores e organizar essa informações na tabela apresentada. Para tal, explicamos que eles deveriam elaborar quatro critérios para classificar as figuras dos animais que estavam apresentados isoladamente nas cartelas e listados na tabela e, em seguida, representassem os dados na tabela. Como pode ser observado, deixamos a primeira linha em branco para que os alunos pudessem registrar os descritores caso considerassem relevante. Consideramos importante entregar as figuras dos animais em cartelas para facilitar a mobilidade dos elementos durante as classificações.

Quadro 1 – Tarefa de categorização da situação 1

“Preencha a tabela abaixo a partir das características dos bichos que estão nas cartelas”

borboleta				
leão				
águia				
coelho				
tartaruga				
tubarão				
elefante				

Num outro dia, buscamos investigar como seria o desempenho dos alunos na construção de uma tabela considerando uma necessidade organiza-la para comparar informações. Nessa situação apresentamos uma tabela com uma lista de raças de cachorros e 15 cartões com a fotografia dos mesmos. Pedimos que eles nos dissessem *“Qual raça de cachorro corria mais?”* e argumentamos que como tinham muitos cartões, era importante que eles levantassem as informações que fossem importantes

para descobrir qual o cachorro corria mais³. Pedimos que eles definissem critérios que seriam importantes para que um cachorro corresse muito e, então, a partir das informações das cartelas eles construísssem uma tabela para ajuda-los a responder.

Na terceira situação, semelhante à primeira, os alunos deveriam elaborar 4 critérios para classificar esportes nomeados na tabela e apresentados em cartelas e registrassem na tabela.

Os alunos apresentaram vários tipos de respostas que organizamos considerando três fatores: (1) o tipo de categoria criada, (2) se o aluno nomeava a categoria considerando-a como um descritor e (3) se representava os dados na tabela considerando cada coluna como um descritor.

Denominamos "estratégias" utilizadas pelos alunos, pois nem sempre os mesmos fizeram uma categorização propriamente dita. Essas apresentaram diferentes concepções do que é categorizar e representar. Buscamos também analisar se compreendiam que cada coluna representava um descritor. Os descritores podiam ser: *binários* que são um tipo de descritor qualitativo com apenas dois valores e com sentido opostos (sim/não; tem/não tem); *nominais* ou qualitativos onde os diferentes valores não são ordenáveis; *ordinais* onde os valores são ordenáveis, mas não mensuráveis (e.g., grande, médio, pequeno) e *quantitativos* onde os diferentes valores podem ser postos em uma escala de medida numérica.

Encontramos 14 tipos diferentes de respostas :

- 1- deixar em branco;
- 2- ignorar as colunas e fazer um comentário sobre cada elemento;
- 3- criar descrições para cada elemento e registrar um em cada coluna
- 4- preencher todas as colunas com a mesma categorização;
- 5- criar um critério binário que não categorizava os elementos;
- 6- criar um critério nominal que não categorizava os elementos
- 7- criar uma categorização binária (não nomeia);
- 8- criar uma categorização nominal (não nomeia);
- 9- criar uma categorização nominal admitindo duplo valor (não nomeia);
- 10- criar e nomear uma categorização binária;
- 11- criar e nomear uma categorização nominal (mistura critérios);
- 12- criar e nomear uma categorização nominal;
- 13- criar e nomear uma categorização ordinal;
- 14- criar e nomear uma categorização ordinal numérica

³ Esse estudo envolveu outras atividades que foram propostas ora em dupla ora individualmente, além de algumas situações serem resolvidas com auxílio de computador. Para maiores esclarecimentos ver: Guimarães, Roazzi e Gitirana (2002). *Interpretando e construindo gráficos de barras*. Tese de doutorado em Psicologia Cognitiva da UFPE.

	ESTRATÉGIAS								
	2		3	4		5	6	7	
Borboleta	asas	tubarão	não tem	Asa	macho	macho	Tem	Masculino	sim
Leão	o leão	tem	Rabo	Come	fêmea	fêmea	Tem	Masculino	sim
Águia	a águia	tem	Bico	Voa	macho	macho	Tem	Masculino	sim
Coelho	Mora	na	Toca	Pula	macho	macho	tem	Masculino	não
	ESTRATÉGIAS								
	8	9	10	11	12	13	14		
			asa	mora	sexo	tamanho	altura		
Borboleta	asa	M	tem	natureza	fêmea	pequeno	12		
Leão	pelo	H	não	selva	macho	grande	75		
Águia	pena	M H	tem	voa	fêmea	médio	34		
Coelho	pelo	H	não	mato	macho	médio	14		

Apesar dos alunos que participaram de nosso estudo nunca terem realizado uma atividade semelhante a essa (conforme depoimento das professoras), encontramos apenas 13% dos alunos deixando em branco, o que nos parece importante de ser ressaltado, pois mostra a possibilidade de solicitações dessa natureza a alunos de aproximadamente nove anos de idade e o interesse e envolvimento demonstrado por eles na realização das atividades.

Consideramos importante ressaltar que cada aluno criava várias categorias o que muitas vezes levava um mesmo aluno a criar diferentes tipos de estratégias para os mesmos elementos. Por exemplo, um aluno utilizou a estratégia 12 em relação ao sexo e a estratégia 8 para descrever alguma característica dos animais. Tal fato nos mostra que um mesmo aluno pode “classificar” de formas diferentes em função do critério que escolheu até em uma mesma situação. Compreender essas estratégias elaboradas por esses alunos pode auxiliar outros professores a refletirem como melhor conduzir um trabalho sobre classificação e representação em suas salas de aula.

Assim, para nós, a Estratégia 2 (ignorar as colunas e fazer um comentário sobre cada elemento) revela que os alunos não compreendem a função das colunas como organizadoras de valores de um descritor, uma vez que os mesmos nem se preocuparam com o traçado das colunas escrevendo por cima do mesmo. Alguns alunos escreviam em cada linha uma comparação dois a dois dos animais apresentados na tabela o que demonstra uma compreensão bem inicial da habilidade em classificar.

A Estratégia 3 (criar descrições para cada elemento e registrar um em cada coluna) é também uma estratégia na qual os alunos, apesar de respeitarem os traçados, não sabem o que significa estar na mesma coluna, pois o procedimento adotado pelo

mesmo foi adjetivar o animal descrito em cada uma das linhas sem uma preocupação com o eixo das colunas.

Da mesma forma, na Estratégia 11 (criar e nomear uma categorização nominal misturando critérios) os alunos respeitam as colunas, nomeiam, mas não definem um descritor, o que demonstra que os alunos que elaboraram essas classificações apresentam incompreensões em relação ao que seja classificar e representar em uma tabela. É importante ressaltar que esses alunos não tinham um trabalho sistematizado pelo professor para trabalhar com este tipo de representação e conseqüentemente desconhecem a representação convencional.

Nas estratégias 4, 5 e 6 os alunos buscaram critérios que não diferenciavam os elementos e portanto não era possível categorizá-los, pois se todos “tem” esse não é um critério que classifique os elementos. Consideramos que, na verdade, essas estratégias não são efetivamente classificações, pois em todas as células a resposta é a mesma. Se considerarmos que classificar é organizar em diferentes grupos, nessas estratégias, só temos um grupo.

As estratégias 7, 8 e 9 mostram que os alunos classificaram os elementos mas não se preocuparam em registrar o critério utilizado. Na Estratégia 7 o aluno categoriza binariamente (sim/não) algo que não sabemos o que é, na Estratégia 8 temos uma tentativa de categorização nominal na qual o aluno lista características dos animais (asa, pelo, pena) mas não consegue determinar um nome para o tipo escolhido ou seja um descritor. Na Estratégia 9, apesar do aluno não nomear, podemos inferir o critério adotado (sexo). É importante ainda ressaltar que nesse tipo de estratégia o aluno admite duplo valor (M e H), fato que não é muito comum de ser encontrado nas classificações dos alunos dessa faixa etária e, que segundo Vergnaud (1985), é uma aquisição tardia no desenvolvimento dos indivíduos.

Apenas nas estratégias 10, 12, 13 e 14 encontramos de fato classificações com definição dos descritores. Na estratégia 10 o aluno realiza uma classificação binária e nomeia o descritor em local correto. Da mesma forma, na estratégia 12 o aluno cria classificações nominais, na estratégia 13 classificações ordinais e, na estratégia 14 classificações ordinais numéricas.

Nossos dados mostraram que nas três situações propostas por nós foram criadas categorias binárias, nominais e ordinais qualitativas, sendo sempre o percentual mais alto para a categoria nominal.

Entretanto, na terceira situação (classificar esportes) os alunos apresentaram maior dificuldade que nas outras situações. Acreditamos que esse fato pode ter ocorrido em função de uma familiaridade maior dos alunos em classificar animais, advinda da prática escolar que costuma trabalhar com classificação de animais (situação 1). Classificar esportes não costuma ser uma atividade proposta nas salas de aula. Estabelecer critérios como “usa bola” ou “joga sozinho ou em grupo” utilizados pelos alunos, nos parece requerer uma maior elaboração para a classificação do que utilizar critérios já conhecidos. Como comentamos anteriormente, os alunos não sabem classificar e sim sabem um tipo de classificação ensinado na escola.

Em relação à definição e nomeação dos descritores, observamos que os alunos não consideraram importante nomear ou não percebiam a importância da nomeação numa tabela, pois na situação 1, 38% dos alunos nomearam e na Situação 3 somente 27%. Na Situação 2, os alunos registravam suas classificações no computador, o que foi bastante motivador para eles, como era de se esperar. Nessa situação observamos que 92% dos alunos criaram descritores e os registraram, pois o próprio software solicitava. Entretanto, em 65% dos casos os alunos nomearam as colunas, mas esse não era um descritor (estratégia 11), pois uma mesma coluna apresentava várias propriedades. Além disso, observamos que ao contrário de classificar, buscavam selecionar para cada elemento uma propriedade diferente. Verbalizavam, por exemplo, que para cada cachorro precisava “de uma coisa diferente, eles não podem comer a mesma comida” ou “esse já tem, tem que ser outro diferente”. Outros inventavam dados e depois comparavam com outras categorias reais sem se preocuparem com a mistura de dados reais e fictícios. Assim, estabelecer uma ou mais propriedades para cada elemento não se apresentou como uma tarefa difícil, o que percebemos foi uma dificuldade de organizar estas propriedades a partir de um descritor.

Como podemos ver, os alunos demonstram pouca familiaridade com este tipo de atividade, mas não a impossibilidade de resolvê-la. Acreditamos, que é importante ser desenvolvido um trabalho sistemático em sala com os alunos levando-os a buscar categorizar elementos e ter clareza de qual é o descritor utilizado. Assim sugerimos um trabalho com categorizações nas escolas, além de um trabalho com formas de representar essas categorizações. Afinal, no mundo estamos sempre convivendo com classificações, desde as classificações mais individuais como a maneira que escolhemos para organizar as roupas em um armário até classificações mais gerais como as unidades de medidas convencionais. Dessa forma, trabalhar com classificações é trabalhar com as

formas de organização escolhidas por nós ou por uma determinada cultura, ou seja, o que nos rodeia.

Trabalhando com gráficos de barras

Estudos atuais (Leinhardt, Zaslavsky, e Stein, 1990 e Mevarech e Kramarsky, 1997) vêm mostrando que os gráficos são um importante recurso para a interpretação do cotidiano e é preciso que os alunos tenham clareza que interpretar gráficos refere-se a uma habilidade de ler, ou seja, de extrair sentido dos dados e que construir um gráfico é gerar algo novo, que exige a seleção de dados, de descritores, de escalas e do tipo de representação mais adequado. Nesse sentido, construir é qualitativamente diferente de interpretar. Entretanto, ambas as situações, interpretação e construção de gráficos, exigem dos sujeitos um conhecimento sobre gráficos.

Após investigarmos alguns aspectos em relação à compreensão dos alunos em classificar e organizar esses dados em tabelas, resolvemos investigar a compreensão dos alunos em relação à *leitura e interpretação* de dados representados em gráficos de barra, a *construção* de gráficos de barras e a *relação entre interpretação e construção de gráficos* de barra.

Para que possamos investigar a compreensão da representação de dados em gráficos de barra é interessante que consideremos a argumentação de Vergnaud (1987) que afirma que é necessário se perguntar: *representar o quê? para quê?* Segundo esse autor, o problema da representação envolve três níveis (referente, significante e significado). O referente é o mundo real, o significante consiste nos diferentes sistemas simbólicos que utilizamos como os ícones, e o significado é o nível no qual o pensamento se organiza. Matemática não é meramente uma linguagem, os símbolos são apenas a parte visível. Nesse sentido, é importante indagar quais aspectos do significado são representados por quais aspectos do significante?

Dessa forma, o uso de gráficos pelas pessoas reflete os caminhos que foram acessados e relevantes para elas numa determinada situação. A fluência com símbolos é desenvolvida através de seu uso, o gráfico ajuda os usuários a desenvolver novos sentidos, salientar fatores e planejar ações. Dessa forma, é preciso adequar o tipo de representação (significante) com os dados que se quer mostrar (significado).

Ainley (2000) observou que alunos de 11 anos quando solicitados a construir gráficos consideravam como critério principal à estética do gráfico e não a transparência das informações, ou seja, a escolha da melhor forma para mostrar as informações que se

deseja. A partir de estudos como esse, ela argumenta que é necessário trabalhar com diferentes representações dos mesmos dados, pois a transparência dos dados emerge através do uso e não é inerente à qualidade do tipo de representação.

Muitos estudos vêm sendo realizados para que possamos compreender em que medida os conhecimentos da realidade e os conhecimentos sobre as diferentes simbolizações utilizadas nos gráficos se relacionam. Curcio (1987) e Ainley (2000) argumentam que é preciso considerar os dois fatores como determinantes nas interpretações: *os conhecimentos prévios sobre o que o gráfico se refere e a simbolização utilizada nos diferentes tipos de gráfico*, estabelecendo uma fusão entre a representação e a realidade.

Entretanto, como afirmam Hoyles, Healy e Pozzi (1994) esses dois fatores apesar de determinantes podem ser dissociados. Esses autores para realizarem tal afirmação desenvolveram um estudo no qual propuseram uma situação de construção de um gráfico a partir de dados de fantasia (castelos imaginários) apresentados em cartões. Como resultado encontraram que esses dados, que não tinham correspondência real, foram utilizados e interpretados e não os de conhecimento de mundo construídos anteriormente.

Por outro lado, Guimarães, Gomes Ferreira e Roazzi (2000) encontraram alunos que inicialmente foram capazes de ler os dados de um gráfico, mas em seguida questionavam os resultados que não correspondiam à realidade e, então, distorciam claramente suas leituras buscando ajustar os resultados encontrados nos gráficos com suas experiências pessoais. Assim, parece-nos que de fato os dois fatores, a compreensão da representação em si e a concordância das experiências pessoais dos sujeitos com os dados, precisam ser considerados, mas esses podem ser interligados ou não quando o sujeito interpreta um gráfico.

Como os alunos interpretam gráficos de barras?

Buscando aprofundar essa reflexão sobre o sistema simbólico e as experiências pessoais, enumeramos uma série de habilidades que são necessárias à compreensão de uma representação de dados através de gráficos de barra. Como mostra Janvier (1978), o sistema de representação de dados através de gráficos de barra exige dos sujeitos à compreensão de várias habilidades matemáticas tanto para a leitura como para a construção:

- localizar pontos extremos (máximo e mínimo);

- localizar variações (crescimento, decrescimento e estabilidade);
- classificar as variações em crescimento, decrescimento e estabilidade;
- quantificar as variações de crescimento, decrescimento e estabilidade;
- localizar a maior ou menor variação (crescimento e decrescimento);
- quantificar a maior ou menor variação (crescimento e decrescimento);
- localizar uma categoria a partir do valor da frequência (eixo x);
- localizar o valor da frequência de uma categoria (eixo y);
- extrapolar o gráfico;
- avaliar médias;
- compor grupos – união.

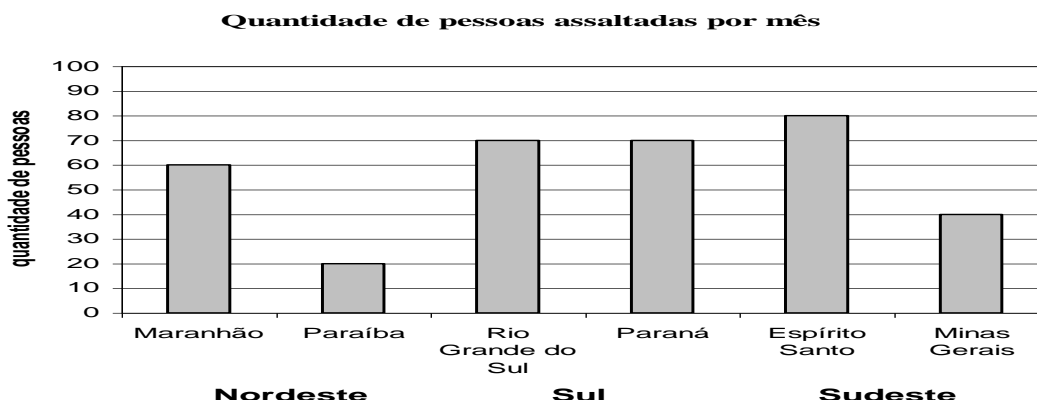
Procurando contribuir com essa discussão sobre a compreensão de alunos sobre representações em gráficos de barras realizamos um outro estudo no qual convidamos 107 alunos de quatro salas de 3^a série do Ensino Fundamental para participar de nossa investigação. Solicitamos a esses alunos que resolvessem cinco atividades que incluíssem interpretação de gráficos, com dados nominais e ordinais, e construção de gráficos a partir de tabelas por nós apresentadas. Procuramos em todas as atividades trabalhar com dados que fossem significativos para os alunos.

Abaixo apresentamos cada uma das atividades propostas para possibilitar uma melhor compreensão por parte do leitor da pesquisa realizada. Como já argumentamos, a pesquisa se faz necessária para qualquer área profissional, incluindo o professor de todas as disciplinas e em todos os níveis. Acreditamos na importância do professor, de qualquer nível de ensino, pesquisar sua própria prática, ou seja, pesquisar a aprendizagem dos alunos e as relações com sua mediação enquanto professor. Assim, temos a preocupação de descrever o que propomos e todos os resultados encontrados no intuito de proporcionar a nossos leitores a possibilidade de comparar os dados obtidos nesta pesquisa com outras já existentes e, ainda, com dados que venham a ser coletados futuramente.

Assim, as três primeiras atividades buscaram investigar a compreensão dos alunos em relação à interpretação de gráficos de barras. A *atividade 1* teve como objetivo investigar a habilidade dos alunos na interpretação de um gráfico de barras com variável nominal, ou seja, os dados representados pelas barras que, por sua vez, representam os Estados, são independentes entre si, podendo, dessa forma, localizarem-se em qualquer ordem. Como pode ser visto na apresentação da atividade abaixo, ao lado de cada questão (em itálico) será apresentado o objetivo da mesma, ou seja, a habilidade que estava sendo verificada. Vejamos as atividades propostas para depois analisarmos o desempenho dos alunos na resolução das mesmas.

Atividade 1 – Interpretação de gráfico nominal

O gráfico de barras abaixo mostra a quantidade de pessoas assaltadas por mês em alguns estados brasileiros:



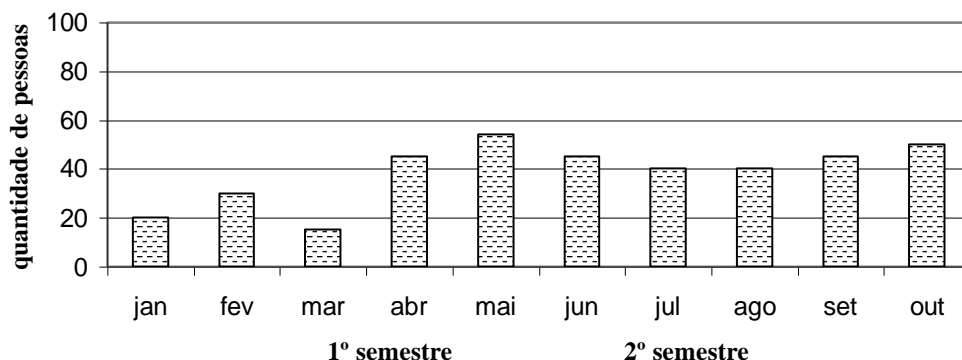
- Em qual estado a quantidade de assaltos é maior? (*localização de ponto extremo-máximo*);
- Qual a quantidade de assaltos no Maranhão? (*localização do fator de frequência de uma categoria no eixo y*);
- Qual o estado que tem menos assalto? (*localização de ponto extremo-mínimo*);
- Qual a diferença de assaltos por mês em Minas Gerais e Rio Grande do Sul? (*quantificação da variação*);
- Em qual dessas regiões do país (sul, nordeste, sudeste) houve maior número de assaltos? (*combinação-união*).

A *atividade 2* também teve como objetivo investigar a habilidade dos alunos na interpretação de um gráfico de barra, entretanto nessa atividade as variáveis eram ordinais, ou seja, existe uma ordem para apresentá-las (a seqüência dos meses), como o próprio nome indica. Da mesma forma, cada questão trabalhava com uma relação entre as quantidades diferente e está apresentada em itálico.

Atividade 2 – Interpretação de gráfico ordinal

Em uma pequena cidade, TAGRAVA, existe uma emissora de televisão, Rede Boglo. O gráfico de barras abaixo mostra a quantidade de moradores da cidade que assistiram a Rede Boglo nos meses de janeiro a outubro.

Quantidade de pessoas que assistiram a emissora TV Boglo

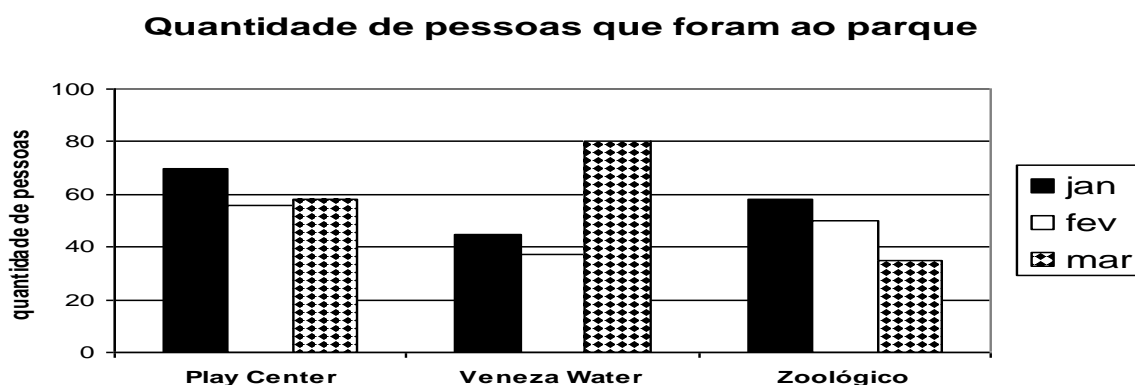


- Qual foi o mês que teve mais gente assistindo a Rede Boglo? (*localização de ponto extremo-máximo*);
- Em que períodos (entre quais meses) a quantidade de pessoas que assistiam a Rede Boglo diminuiu? (*localização de variação-decréscimo*);
- De que mês a que mês a Rede Boglo obteve maior aumento na quantidade de pessoas que assistiram? (*localização de maior variação-acréscimo*);
- Qual foi o pior mês de audiência da Rede Boglo? (*localização de ponto extremo-mínimo*);
- Qual a quantidade de pessoas que você acha que vai assistir a Rede Boglo em novembro? Por que? (*extrapolação do gráfico*);
- Entre quais meses não mudou a quantidade de pessoas que assistiram a Rede Boglo? (*localização de variação-estabilidade*);
- Qual foi o semestre que teve maior audiência na Rede Boglo? (*combinação-união*);
- Qual a quantidade de pessoas que assistiram a TV Boglo em setembro? (*localização do valor de frequência de uma categoria*);
- Em quais meses a audiência da Rede Boglo foi de 40 pessoas? (*localização de uma categoria a partir do valor de frequência*).

A atividade 3, assim como a atividade 1, teve como objetivo investigar a habilidade dos alunos na interpretação de um gráfico de barras com variável nominal, entretanto, nessa atividade, o gráfico exigia do aluno relacionar múltiplos descritores para cada valor (frequência de pessoas que visitaram parques diferentes durante três meses), além da compreensão da legenda.

Atividade 3 – Interpretação de gráfico nominal com múltiplos valores para cada descritor

O gráfico de barras abaixo mostra a quantidade de pessoas que foram aos parques nos meses de janeiro, fevereiro e março.



- Qual foi o parque mais visitado no mês de janeiro? (localização de ponto extremo-máximo);
- Qual a quantidade de pessoas que foi ao zoológico no mês de fevereiro? (localização do fator de frequência de uma categoria-(eixo y);
- Qual o parque menos visitado no mês de janeiro?(localização de ponto extremo-mínimo);
- Qual a diferença na quantidade de pessoas que foram Ao Play Center e ao Veneza Water Park no mês de março? (quantificação da variação);
- Qual foi o parque mais visitado durante esses três meses? (combinação-união).

A seguir, analisaremos os dados a partir de dois tipos de interpretação: pontual e variacional. As interpretações pontuais têm sido consideradas em outras pesquisas mais fáceis de serem realizadas pelos alunos do que as interpretações variacionais. Uma interpretação pontual exige que o aluno observe apenas um ponto, como por exemplo, o ponto máximo ou o valor correspondente a uma barra. Já uma interpretação variacional exige que o aluno localize pelo menos dois pontos e estabeleça a comparação entre os mesmos.

O que esses alunos mostraram saber sobre interpretação pontual?

Nesse segundo bloco de estudo buscamos investigar a habilidade dos alunos em interpretar e construir gráficos de barras e observar se os alunos ao interpretarem ou construírem gráficos de barra apresentavam dificuldades diferentes para lidar com descritores categorizados em variáveis nominais ou ordinais.

Em primeiro lugar, observamos que os alunos apresentaram facilidade em localizar pontos extremos independente do tipo de variável. A leitura pontual em gráfico de barras, tanto ponto máximo, quanto ponto mínimo foram tarefas fáceis para esses alunos. Os alunos também não apresentaram dificuldades em localizar uma frequência a

partir de uma das barras, demonstrando dessa forma que essas relações foram fáceis. Nesses casos, os alunos conseguiram compreender como os dados são organizados nos gráficos. Esses alunos também apresentaram um bom desempenho na leitura pontual no gráfico de barra onde havia múltiplos valores para cada descritor. Acertar nesse tipo de gráfico é mais complexo, pois implica compreender o papel da legenda e utilizá-la para identificar corretamente cada uma das barras.

Ressaltamos que nesse estudo, buscamos propor situações nas quais os dados apresentados faziam parte do universo dos alunos, ou como valorizam Leinhardt et al (1990) e Jones (2000), os valores tinham um significado para os alunos. Nossos resultados nos mostram, então, um bom desempenho dos alunos o que exigia dos mesmos a combinação do conhecimento sobre a simbolização com os conhecimentos prévios sobre o que o gráfico se refere, como argumentam Curcio (1987) e Ainley (2000).

Vários autores (Bell e Janvier, 1981; Kerslake, 1981; Monk, 1989; Leinhardt et al (1990); Preece, 1983) argumentam que os alunos apresentam bom desempenho nesse tipo de atividade, porém, os mesmos afirmam que existe uma ênfase desproporcional no currículo em relação às questões que envolvem interpretações locais ou pontuais e que tal enfoque leva os alunos a terem uma concepção de gráfico como uma coleção de pontos isolados. Assim, quando os alunos são questionados sobre uma variação expressa no gráfico apresentam muitas dificuldades e comumente transformam as questões em localizações pontuais.

O que esses alunos mostraram saber sobre interpretação variacional?

Buscando refletir sobre essas situações, nossas questões referiam-se também a interpretações variacional e não apenas pontual. Para todos os gráficos apresentados por nós, solicitávamos uma interpretação variacional exigindo que os alunos comparem dois ou mais pontos. Na Atividade 1 que envolvia dados nominais, solicitamos que os alunos dissessem qual era a diferença entre duas barras (questionando sobre a diferença de assaltos entre dois Estados) e percebemos que os alunos apresentaram dificuldades, pois apenas 38% dos alunos conseguiram quantificar a diferença entre os pontos, respondendo, assim, corretamente. Encontramos 15% dos alunos identificando os valores dos itens a serem comparados (Minas- 40 e Rio Grande- 70), o que demonstra que estes estão fazendo uma análise pontual dos dados buscando, somente, a frequência das categorias.

É interessante comparar esses resultados com outros estudos que solicitaram os alunos a estabelecerem comparações entre quantidades. Borba e Santos (1997) (e) Pessoa e Falcão (1999) solicitaram a seus sujeitos que resolvessem problemas, apresentados por escrito, que envolviam uma comparação. Em ambos os estudos, os autores observaram que os sujeitos ao resolverem diferentes tipos de problemas de estrutura aditiva apresentaram percentuais de acerto mais baixos nos problemas que envolviam comparações. Dessa forma, parece que esse tipo de relação apresentasse como uma tarefa difícil para alunos dessa faixa etária independente do tipo de representação ser gráfico ou não.

Diante dessa dificuldade devemos nos perguntar se esse tipo de relação entre quantidades é de fato mais difícil de ser compreendido, ou se a dificuldade se deve a pouca exploração proposta nos livros didáticos já constatada na literatura (Borba, Pessoa e Santos, 1999), ou ainda a prática de muitos professores que costumam apresentar problemas de estrutura aditiva ligados apenas a ação de adicionar ou retirar uma quantidade da outra (problemas que envolvem a idéia de inclusão com mudança de quantidade).

Por outro lado, nossos dados também nos mostraram que 27% dos alunos deram um tipo de resposta que apesar de demonstrar que os alunos não estabeleceram a quantificação da diferença entre os meses, nos mostra que estavam relacionando os dois pontos, pois davam respostas como: “em Minas Gerais tem menos assalto do que no Rio Grande do Sul”. Esse dado nos parece interessante de ser ressaltado, pois indica que esses alunos conseguem estabelecer uma comparação entre dois pontos.

Em função desses resultados, Souza, Barbosa e Guimarães (2004) realizaram uma pesquisa com alunos dessa mesma faixa etária buscando investigar como levar os alunos a compreenderem essa relação de variação. As autoras propuseram uma situação na qual a professora construía juntamente com os alunos um gráfico de barras, utilizando primeiro caixas de fósforo e em seguida uma representação no quadro. Durante essa construção a professora refletia com os alunos sobre as especificidades da representação em gráficos de barra e depois propunha questões orais que envolviam a interpretação pontual e variacional do gráfico. Foi observado que a partir de apenas essa intervenção de construção de um gráfico de barras com toda a turma os alunos passaram a compreender como quantificar variações no gráfico. Assim, acreditamos que problemas de comparação de estrutura aditiva podem ser compreendidos se trabalharmos a partir de representações gráficas.

Por outro lado, é preciso considerar que a representação em gráfico de barras, como qualquer outra, pode em outras situações dificultar o estabelecimento de relações. Os problemas que envolvem a combinação entre dois valores são desde cedo compreendidos pelas crianças como mostra a literatura, entretanto, nesse estudo os alunos apresentaram dificuldades. Quando solicitamos que somassem os valores para cada região (atividade 1) ou o semestre de maior audiência (atividade 2), ou seja, trabalhassem com o conceito de união, observamos que a maioria dos alunos apresentou dificuldades para responder corretamente essa questão. O que percebemos foi que os alunos respondiam essa questão em função de onde estava localizada a maior barra. Na Atividade 1, por exemplo, 37% dos alunos deram como resposta a região Sudeste, pois era nela que se encontrava a maior barra (Espírito Santo).

Dessa forma, parece que para a compreensão da união as representações em gráficos de barras não ajudam os alunos a compreender essa relação. Ana Selva em outro capítulo desse livro levanta como justificativa a não mobilidade das barras, pois quando ela trabalhou com blocos de encaixe as crianças apresentaram um melhor desempenho.

Outro aspecto solicitado aos alunos foi a localização de uma variação de decréscimo ou acréscimo. Observamos que essas localizações de variação foram tarefas muito difíceis para os alunos, pois a maioria deu como resposta o valor da menor barra ou o valor das menores barras quando solicitados a localizar a variação decréscimo e as maiores para variação de aumento. Alguns alunos consideravam como a mesma pergunta saber um decréscimo e saber qual a menor barra como podemos perceber a partir das seguintes afirmações: “*Esta daqui são a mesma pergunta?*” (lê a questão referente à localização do ponto mínimo e a sobre variação) ou “*Maio! Já não respondi aqui?*” referindo-se as questões de maior aumento e a do mês de maior audiência.

Apesar dessa dificuldade apresentada pela maioria dos alunos, encontramos duas situações nas quais os alunos demonstraram compreender noções sobre variação. A primeira situação foi na questão que solicitava que identificassem entre que períodos não havia tido mudanças (Atividade 2 questão “f”), ou seja, na questão que investigava a ausência de variação, na qual encontramos 28% dos alunos sendo capazes de responder corretamente. A segunda situação refere-se a questão que solicitava dos alunos que extrapolassem os dados (Atividade 2 questão “e”), ou seja, que realizassem uma análise global do gráfico e imaginassem o que poderia acontecer num mês

subseqüente. A metade dos alunos demonstrou realizar uma análise variacional, pois respondiam que “*porque pelo que mostra o gráfico a audiência é boa*”.

Santos e Gitirana (1999) trabalhando com alunos de 6^a série, ou seja, três anos mais velhos que os nossos, já havia percebido esse mesmo tipo de atitude, ou seja, que existem alunos que ao serem solicitados a extrapolar um gráfico, passam a estabelecer considerações qualitativas e globais sobre variação.

Buscando analisar melhor esses dados, realizamos uma análise multidimensional denominada Análise da Estrutura de Similaridade (*'Similarity Structure Analysis'* SSA - Borg e Lingoes, 1987). Essa análise por sua natureza multivariada não considera que as variáveis são concebidas a priori como estritamente relacionadas com outras variáveis e sim com toda uma complexa rede de outras variáveis que pertencem ao mesmo domínio de investigação. Essa análise nos permitiu observar uma alta correlação entre localizar ausência de variação e extrapolar os dados apresentados, ou seja, os mesmos alunos que conseguiram bom desempenho em localizar ausência de variação também conseguiram extrapolar os dados apresentados no gráfico. Precisamos começar a refletir quais são as características dessas atividades que possibilitam que um mesmo aluno apresente um bom desempenho em ambas. Talvez, essas atividades possam ser caminhos que propiciem a construção pelos alunos dessa compreensão sobre variação.

Os alunos usam o referencial de seu dia-a-dia para dar sentido à representação gráfica?

Uma vez analisada a compreensão dos alunos em relação à leitura do gráfico, estávamos interessados em analisar se esses faziam uma análise baseada apenas nos dados expressos no gráfico ou se utilizavam também de referenciais do seu cotidiano. Essa é uma questão que vem sendo bastante discutida na literatura.

Quando solicitamos que os alunos estipulassem a quantidade de pessoas que eles consideravam que iriam assistir a rede Boglo no mês seguinte ao que o gráfico mostrava (atividade 2 questão “e” citada anteriormente), apenas 7,5% dos alunos responderam que não podiam responder porque não tinham esse dado no gráfico. Um percentual um pouco maior (13%) de alunos colocaram um valor, mas não justificaram sua resposta e 54% dos alunos além de darem uma resposta, apresentaram algum tipo de justificativa:

- 1) 24% dos alunos que justificaram afirmaram que havia hipotizado aquele valor a partir das informações contidas no gráfico de forma global: “porque a quantidade de pessoas está subindo”;

- 2) 8% dos alunos que justificaram afirmaram a partir das informações contidas no gráfico de forma pontual: - “70 porque em outubro assistiram pouco”;
- 3) 24% dos alunos que justificaram afirmaram a partir da realidade: - “porque está próximo do Natal e as pessoas gostam de assistir”, “90 porque a programação ficou mais legal”, “porque a maioria trabalha e não dá para assistir”, “porque é quando a maioria dos pais viaja” ou ainda “porque está começando as férias”;
- 4) 44% dos alunos que justificaram afirmaram a partir de considerações pessoais: - “porque eu acho que a audiência vai ser maior”, “porque eu gosto do mês de novembro” ou “60 porque pra mim é o suficiente”;

Apesar das respostas classificadas por nós nos itens 3 e 4 refletirem justificativas que levam em consideração as experiências cotidianas dos alunos, consideramos importante ressaltar que, no item 3, parece que os alunos estão argumentando a partir de sua visão de um coletivo, enquanto, na classificação 4, é um ponto de vista individual, elas não se referem à visão de um grupo, por isso criamos dois itens. Por outro lado, consideramos que esse tipo de argumentação pode ou não incluir uma análise tanto global como pontual do gráfico. Dessa forma, o fato dos alunos terem argumentado a partir de suas experiências pessoais, não significa necessariamente que os mesmos não utilizaram em suas respostas os dados expressos no gráfico.

Santos e Gitirana (1999) também haviam percebido em seus sujeitos esse mesmo tipo de atitude em questões de extrapolação, nas quais existia uma clara concentração de alunos que passavam a extrapolar fazendo considerações qualitativas e globais sobre variação. Nossos alunos, assim como os de Santos e Gitirana, apresentaram uma habilidade em realizar uma análise global dos dados representados no gráfico independente de terem utilizado justificativas a partir dos dados apresentados no gráfico, de justificativas de seu cotidiano ou considerações pessoais. Mais uma vez, então, precisamos reforçar a capacidade de alunos de realizar análise variacional em gráficos de barras e a necessidade da escola estar provocando nos alunos esse tipo de reflexão.

Construindo gráficos

Afirmamos anteriormente que havíamos proposto cinco atividades para os alunos. Apresentamos até agora àquelas referentes à interpretação de gráficos de barras

e faremos a seguir uma discussão sobre as atividades por nós propostas referentes à construção de gráficos de barras.

Solicitamos que os alunos resolvessem sempre na mesma ordem as cinco atividades (as folhas com cada atividade estavam grampeadas dessa forma), pois considerávamos que a resolução das primeiras poderia auxiliar os alunos nas últimas, as quais referiam-se a construção de gráficos de barras. Organizamos dessa forma porque nosso objetivo era avaliar o conhecimento do aluno e não, de ensiná-lo.

Então, as atividade 4 e 5, que se encontram apresentadas abaixo, buscaram investigar a compreensão dos alunos em relação a construção de gráficos de barras a partir de tabelas por nós apresentadas. A relação entre as representações - gráfico e tabela - é analisada por Bell e Janvier, (1981) e Vergnaud (1985) que argumentam que os exercícios que permitem passar de uma representação através de gráficos para uma tabela e vice-versa são importantes pedagogicamente, tanto para a atividade classificatória como para outras atividades lógico-matemáticas. Buscamos observar que tipos de dados foram representados, se utilizavam barras para cada descritor, se nomeavam essas barras e que tipo de escala escolhiam e para facilitar a precisão das representações, oferecemos uma malha quadriculada para os alunos construírem seus gráficos.

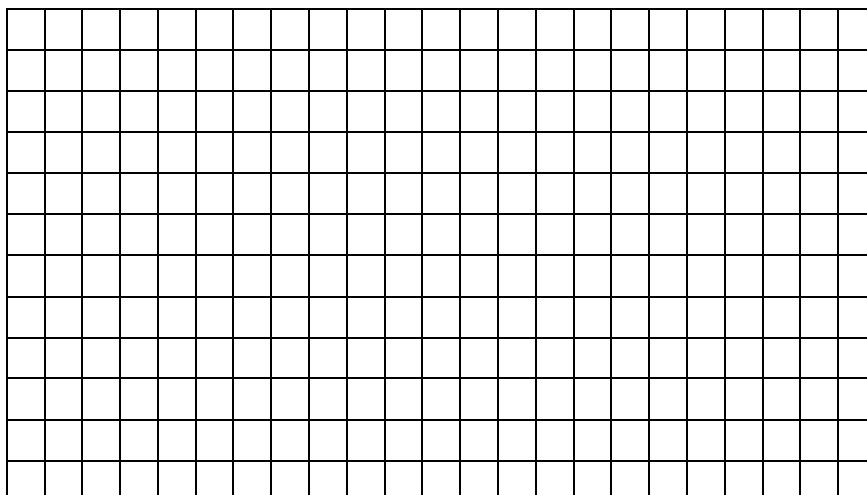
A *atividade 4* teve como objetivo investigar a habilidade dos sujeitos na construção de um gráfico de barra com variável nominal e a *atividade 5* teve como objetivo investigar a habilidade dos alunos na construção de um gráfico de barra com variável ordinal. Na atividade 5, criamos duas situações como podemos ver abaixo: na primeira situação, o cachorro que mais aumentou de peso era também o que apresentava o maior peso no último mês; na segunda situação essa correspondência não existia. Resolvemos propor dessa forma para sabermos se de fato eles estavam considerando a variação de aumento ou apenas um ponto máximo, ou seja, o maior peso. Abaixo estão apresentadas as atividades propostas:

Atividade 4 – Construção de gráfico a partir de dados nominais

Abaixo você encontra uma lista de pessoas e seu esporte preferido. Qual é o esporte preferido desse grupo? _____

NOME	ESPORTE PREFERIDO
ANA	VOLEI
VERA	NATAÇÃO
CARLOS	FUTEBOL
FLÁVIA	VOLEI
PEDRO	FUTEBOL
GABRIEL	VOLEI
MARIANA	VOLEI
VLADIMIR	FUTEBOL
RAUL	FUTEBOL
LUIZA	NATAÇÃO
TEREZA	NATAÇÃO
CAROLINA	NATAÇÃO
RODRIGO	FUTEBOL
ALEX	FUTEBOL
TADEU	VOLEI

Construa um gráfico de barras que ajude um colega a ver qual é o esporte preferido dessas pessoas:



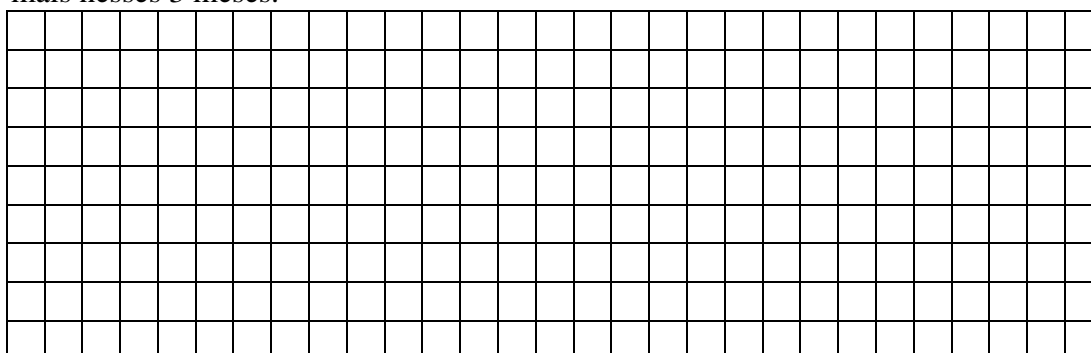
Atividade 5 – Construção de gráfico a partir de dados ordinais

A tabela abaixo mostra o peso de cachorros durante 3 meses:

<i>Mês</i>	<i>Raça</i>	
	<i>Dálmata</i>	<i>Pastor Alemão</i>
Janeiro	16	17
Fevereiro	19	24
Março	22	28

Qual o cachorro engordou mais nesses 3 meses? _____

Construa um gráfico de barras que ajude as pessoas a verem qual cachorro engordou mais nesses 3 meses.

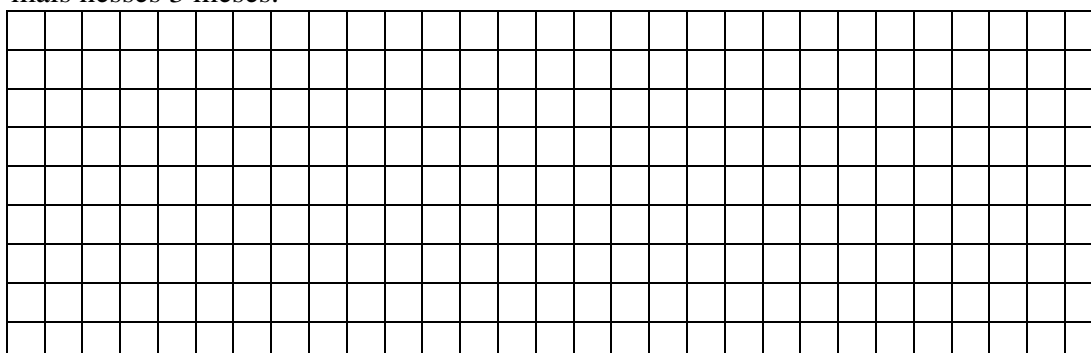


AGORA OBSERVE ESTA TABELA:

<i>Mês</i>	Raça	
	Dálmata	Basset
Janeiro	16	7
Fevereiro	19	12
Março	22	17

Qual o cachorro engordou mais nesses 3 meses? _____

Construa um gráfico de barras que ajude as pessoas a verem qual cachorro engordou mais nesses 3 meses.



O que sabem esses alunos sobre construção de gráficos?

Como podemos ver, a partir da resposta encontrada na leitura da tabela da Atividade 4, era solicitado aos alunos que construíssem um gráfico de barras para ajudar as pessoas a verem qual era o esporte preferido daquele grupo. Constatamos que nessa tarefa a maior parte dos alunos (61,7%) resolveu e de forma correta. Entretanto, encontramos 36% dos alunos deixando de representar, ou seja, deixaram em branco. Analisando as representações realizadas pelos alunos, observamos que 40% utilizaram um quadradinho para cada unidade/pessoa como prevíamos. Alguns alunos (6,5%)

utilizaram uma barra para cada esporte, mas a sua altura só mostrava uma proporcionalidade em relação à frequência sem uma preocupação com a utilização de uma escala precisa. Encontramos, ainda, que a maioria dos alunos que representaram os dados nomeou as barras e de forma correta. Podemos afirmar que representar dados em gráficos de barras foi uma atividade que os alunos não apresentaram dificuldades.

Quando analisamos as respostas relacionadas à construção do gráfico a partir de dados ordinais a qual implicava representar uma variação (Atividade 5), observamos que na questão 1, a maioria dos alunos (74%) respondeu adequadamente a questão, dando como resposta o cachorro que teve o maior aumento de peso e, na questão 2, nenhum aluno respondeu de forma correta. Os dados mostram que a maioria dos alunos (71%) considerou como a resposta adequada o cachorro que chegou ao maior peso. Nessa situação colocamos dois itens exatamente para averiguarmos essa relação: os alunos na verdade acertaram a questão 1 porque o cachorro que teve o maior aumento de peso correspondia ao cachorro que chegou ao maior peso no final. Dessa forma, em nenhuma das situações, os alunos conseguiram considerar o aumento expresso na tabela.

Em relação à construção de gráficos que expressassem essa variação, ao contrário da construção do gráfico na atividade 4, observamos que 59% dos alunos não construíram gráficos deixando a questão em branco. Esse alto percentual indica que os alunos encontraram dificuldades nessa tarefa. Uma das razões pode ter sido o fato de que nessa situação, para que os alunos representassem de forma correta os dados era preciso modificar a forma utilizada na atividade anterior a qual permitia utilizar como escala a relação de um quadradinho para cada pessoa. Nesta situação, era preciso criar uma escala para representar os dados uma vez que os valores a serem representados eram superiores a quantidade de quadradinhos fornecidos. O fato de não ser possível utilizar a estratégia anteriormente adotada na atividade 4 pode ter levado os alunos a uma desistência de resolver esta atividade.

Na atividade 4 os alunos construíram os gráficos de maneira correta, entretanto, na atividade 5, encontramos 13% dos alunos que resolveram utilizando uma estratégia curiosa a qual consistia em pintar a quantidade de quadrados desejada, utilizando para isso os quadradinhos próximos até o esgotamento da quantidade a ser representada. (Figura 1)

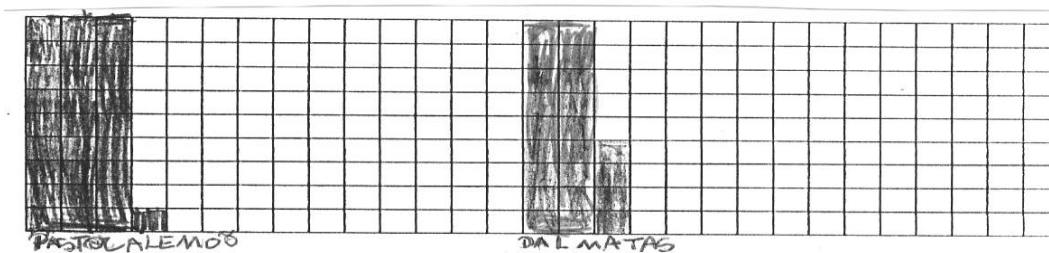


Figura 1 - Estratégia de resolução de pintar até esgotar a quantidade

O que as barras utilizadas pelos alunos representavam?

A resposta mais encontrada por nós foi o registro no gráfico dos valores referentes ao peso dos cachorros no último mês (13%). Alguns alunos (3%) somaram o peso de cada cachorro em cada uma dos meses (faziam as contas em um canto do papel) e representaram esse total, demonstrando que não estavam compreendendo que a variação de um mês para o outro é que importava. Outros (3%) representaram os valores referentes aos pesos em cada mês, entretanto só representaram os dados do cachorro que consideraram que tinha engordado mais, ou melhor, o mais gordo ao final. Observando os gráficos construídos por esses alunos também percebemos que os mesmos não expressavam uma variação. Apenas 5,6% dos alunos representaram o aumento do peso dos dois cachorros e para isso registraram os pesos mês a mês. (Figura 2)



Figura 2 - Estratégia de resolução registrando aumento de quantidade

Nossos alunos, em sua maioria, buscaram representar no gráfico os valores referentes ao maior valor expresso na tabela e não um aumento. Monk (1992) argumenta que os sujeitos consideram o sistema de representação do gráfico de forma pontual, na qual o gráfico apenas serve para a localização de pontos. Porém, um gráfico por natureza representa inter-relações entre variáveis, mas alguns estudantes não conseguem considerar simultaneamente mais de um fator. Não conseguem, também, compreender que numa série de eventos não basta representar apenas a situação final

construindo um gráfico com apenas um ponto. Mevarech et al (1997) colocam que um argumento interessante dado por algumas crianças é considerar que numa série de eventos somente o último deve ser considerado ou que em matemática somente a resposta final deve ser considerada.

Interpretar e construir: qual a relação?

Refletindo sobre a relação entre interpretar e construir, buscamos comparar o desempenho dos alunos na atividade 3 (interpretação onde para cada descritor encontrávamos três valores) e a atividade 5 (construção do gráfico ordinal). O gráfico apresentado na atividade 3 mostrava o número de pessoas que tinham ido a parques durante três meses e observamos que os alunos apresentaram um bom desempenho mostrando que os mesmos compreenderam esse tipo de representação. Entretanto, essa mesma representação quase não foi utilizada na construção dos gráficos da atividade 5 que também apresentavam múltiplos valores para cada descritor.

Apesar desse baixo percentual de alunos registrando um aumento, devemos ressaltar que alguns alunos conseguiram resolvê-la de forma eficiente, então, é possível propor esse tipo de atividade para alunos dessa faixa etária.

Diante dessa constatação, resolvemos investigar mais duas duplas com a mesma faixa etária e propor essas atividades, porém nessa situação fizemos algumas intervenções como pode ser observado no diálogo abaixo para saber em que os alunos poderiam avançar a partir de algumas explicações. Apresentamos uma atividade similar à Atividade 5, a qual o que aumentava era o peso de 3 peixes durante 3 meses. Uma dessas duplas (“J” e “T”) resolveram a tarefa e, como outras que já relatamos, consideravam que a resposta correta implicava na soma de todos os valores. Após a resposta das alunas realizamos o diálogo abaixo:

P: *Tenho duas amigas, uma pesava 45 e a outra pesava 50 (escrevo em uma folha). Agora essa (apontando para 45) tá pesando 49 e essa, 51. Quem foi que engordou mais?*

As duas alunas: *Ela.* (apontando para a que passou de 45 para 49)

P: *Por que?*

T: *Porque ela engordou 4 Kg e aqui só 1.*

P: *Ah! E qual dos peixes engordou mais?*(retomando a atividade que elas haviam acabado de responder)

J: *Peraí, deixa eu ver... 4. Engordou 4.*

P: *4 aonde?*

J: *Aqui, porque 26, 27, 28, 29. Dá 4 (vão resolvendo todos os aumentos corretamente)*

Como podemos ver, essa dupla mostra que a compreensão sobre a representação de uma variação em gráficos de barras não é tão difícil de ser compreendida, pois após apenas a reflexão de um exemplo, que consideramos mais familiar, compreendem o que se pede e transferem o mesmo raciocínio para a situação anterior a qual haviam respondido de forma inadequada. Parece que a comparação e as questões da pesquisadora foram suficientes para as duas alunas compreenderem o que estava sendo solicitado.

Tais resultados nos levam a refletir se os alunos apresentam, realmente, dificuldades com a compreensão de uma análise variacional ou se, por outro lado, isso se dá por ausência de um trabalho mais sistematizado sobre o conceito.

Por outro lado, como argumenta Hancock (1991), os professores têm pouca familiaridade e experiência para discutir com os alunos como explorar um banco de dados e sua representação. Essa ênfase que vem sendo dada ao trabalho com estatística requer uma intensa preocupação com a formação dos professores como enfatiza Batanero, Godino, Green e Vallecillos (1992).

Tierney e Nemirovsky (1991) acrescentam a essa discussão, uma observação de como os alunos selecionam as informações que são relevantes de serem comunicadas e afirma que uma dificuldade dos alunos é saber quais dados devem ser representados num gráfico em função de seus objetivos.

Uma vez que um gráfico tem uma função de comunicar algo, consideramos imprescindível analisar se os alunos estavam preocupados com a identificação do que estavam representando. Para analisar esses itens, consideramos se o aluno realizou uma nomeação tanto para os que fizeram barras como para os alunos que pintaram os quadrados próximos, pois consideramos importante saber se eles tinham uma preocupação em explicitar sobre o que expressavam aquelas pinturas. Assim, encontramos que 20% dos alunos nomearam suas “pinturas” de uma forma que indicavam os dados que estavam sendo representados por eles, mesmo que não representassem a variação.

Um número menor de alunos que nomearam na Atividade 4 as barras de forma correta, realizaram nomeações na Atividade 5. Tal fato nos leva a refletir se essa variação nos percentuais pode ser atribuída a dificuldade de registrar os dados no gráfico da Atividade 5, ao desestímulo de alguns alunos diante dessas dificuldades ou a um esquecimento diante de outras demandas cognitivas mais prementes. Por outro lado, observamos que um número maior de alunos nomeou corretamente as pinturas

realizadas do que representou os dados de forma correta. Esse dado é relevante para refletirmos que nomear as barras não está diretamente relacionado a saber representá-las corretamente e sim a uma preocupação de explicitar o que se quer comunicar. Para nós, esse dado deve ser valorizado, pois mostra a preocupação dos alunos com a função comunicativa desse tipo de representação.

O que os alunos mostraram compreender sobre escala?

A compreensão da escala ou da unidade a qual esta é organizada é uma das questões relevantes à compreensão desse tipo de representação. Tierney, Weinberg e Nemirovsky (1992) afirmam que quando os alunos interpretam um gráfico eles são capazes de compreender a escala, entretanto, quando constroem seus gráficos não apresentam escalas talvez por não considerarem como um elemento relevante. Padilla et al (1986) encontraram que apenas 32% de seus sujeitos com 11 anos de idade compreendiam as escalas. Curcio (1987) e Ainley (2000) afirmam que o uso de escalas é o maior marcador das dificuldades dos alunos.

Em relação à interpretação dos gráficos, nossos dados mostraram que quando o valor que solicitávamos estava explícito na escala os alunos não apresentaram dificuldades, entretanto, quando os valores precisavam ser inferidos, vários alunos apresentaram dificuldades. Por valor explícito entendemos aqueles que estão escritos na escala como o mês de janeiro na Atividade 2 e por valor não explícito temos nessa mesma atividade o valor do mês de fevereiro. Dessa forma, nossos resultados parecem corroborar com a idéia de que a leitura da escala não é uma tarefa simples, entretanto, acreditamos que a leitura não é uma tarefa simples apenas quando os valores não estão explícitos na mesma.

Na Atividade 2 (questão “h”), por exemplo, apenas 18,7% dos alunos conseguiram responder corretamente. A resposta a essa questão era um valor intermediário entre os valores 40 e 60 expressos na escala. Observamos que a maioria dos nossos alunos (62%) soube identificar somente uma aproximação do valor real. Encontramos respostas muito interessantes como, por exemplo, “42”, “50” ou “40,5”. Essas respostas nos mostram diferentes compreensões sobre a escala. Responder 40,5 indica que o aluno pensou que não era 40 e, sim, 40 mais a metade do intervalo até 60, por isso = 0,5. Já o aluno que responde 50, busca dividir o intervalo em unidades iguais e como a barra termina aproximadamente na metade de 40 e 60 ele, com pertinência responde 50. Esse mesmo tipo de dificuldade ocorreu quando os alunos foram

solicitados a localizar uma categoria a partir de uma frequência e o valor não estava explícito. Encontramos 23% dos alunos inseguros sobre como responder, pois como argumenta um deles: *“Porque eu não sei, aqui não tem 48, só tem 40”*.

Nos parece que a dificuldade dos alunos está na compreensão dos valores contínuos apresentados na escala, onde é necessário que os mesmos estabeleçam a proporcionalidade entre os pontos explicitados na escala adotada.

Esses resultados podem ser reforçados pelas nossas observações em relação à utilização de escala na construção de suas representações, nas quais a mesma foi adequadamente utilizada quando era possível estabelecer uma correspondência direta entre cada quadrado e um indivíduo de uma malha quadriculada. Quando a representação de um quadrado para cada valor unitário não era possível, uma vez que os valores a serem representados eram superiores à altura da malha quadriculada oferecida por nós, os alunos apresentaram dificuldades em representar os dados na escala.

Alguns alunos após resolverem individualmente foram solicitados a refletirem em duplas, pois buscávamos observar como esse alunos argumentavam suas resoluções. No diálogo abaixo, ocorrido durante a construção do gráfico da atividade 5, podemos perceber como esse fato dificultou bastante o desempenho dos alunos:

A dupla diante da dificuldade olha os gráficos das páginas anteriores e ficam sem saber o que fazer.

L: Bora olhar pro gráfico.

R: Que demora!

Silêncio

R: Já sei 10.

L: A gente bota os números aqui.

R: 10, 1, 2, 3, 4... (começam a escrever os números da tabela em ordem crescente, um para cada quadrado)

L: Agora tem que ligar 16 com janeiro.

R: 17 também.

L apaga e R olha. Ficam sem saber o que fazer.

R: A gente deixa essa em branco.

...

R: Deixa eu ver aquele que a gente fez. (Olha para o gráfico com dados nominais) Mas é os números.

L: Por isso que não dá. Não dá para dividir aqui. (apontando para a malha).

Por outro lado, o fato de estabelecer uma escala adequada para representação dos dados não levou os alunos a necessariamente utilizá-la. Alguns alunos faziam registros de escala (numeravam ao lado da barra), mas essa não tinha nenhuma correspondência

com os dados representados, o que demonstra que os mesmos podem criar escalas, mas não necessariamente saberem a sua utilidade.

Por outro lado, temos exemplo como o apresentado abaixo, no qual o aluno preocupou-se em registrar barras e corresponder a um número na escala, entretanto, essa escala não apresentava ordem nem regularidade.(Figura 3)

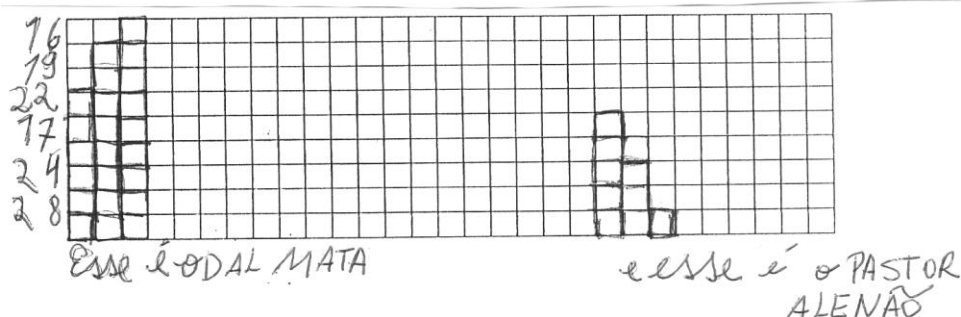


Figura 3 - Representação da escala desordenada

Utilizando novamente aquela análise multidimensional que apresentamos anteriormente, buscamos averiguar que relações os alunos estabeleciam entre ler e construir uma escala e observamos que não houve correlação entre essas situações. Os alunos que tiveram um bom desempenho nas questões que envolviam a interpretação de uma escala não necessariamente souberam construir uma escala e vice-versa, independente do tipo de variável.

Como podemos ver, muito ainda há para ser investigado. Essa discussão sobre a compreensão de uma escala nos parece fundamental de ser realizada nas escolas. Entretanto, muitas vezes temos visto professores trabalhando apenas com a aprendizagem da nomeação das medidas padrões e suas transformações, esquecendo-se de que é fundamental trabalhar também com os alunos o que é medir e a necessidade de se estabelecer uma unidade de medida compatível com o que se deseja medir.

Enfim, acreditamos que nesse estudo levantamos algumas compreensões e incompreensões de alunos de 3ª série do Ensino Fundamental em relação a interpretação e construção de gráficos de barras, entretanto, muito há, ainda, para se pesquisar nessa área de representações gráficas. Sabemos que outros estudos estão sendo realizados e que existem professores buscando compreender a aprendizagem dessas representações junto com seus alunos em sala de aula. Todos esses estudos são importantes de serem realizados, pois cada situação salienta ou esconde determinadas propriedades de um conceito.

Para nós, fica a certeza de que os alunos são capazes de interpretar e construir representações gráficas e que cabe a escola auxiliá-los nessa trajetória de refletir sobre essas representações.

Referências Bibliográficas

- AINLEY, J. (2000). Exploring the transparency of graphs and graphing. In *Proceeding 24nd Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, pp 2-9, 2-16. Hiroshima, Japão.
- AROUCA, L;S (2001). Relação ensino-pesquisa: a formação do educador em educação. In Severino, A J. & Fazenda, I.C.A (orgs). *Conhecimento, pesquisa e educação*. Campinas, Papirus.
- BATANERO, C., GODINO, D.R., GREEN, P.H. e VALLECILLOS, A (1992). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25 (4), 527-547.
- BELL, A e JANVIER, C. (1981). The interpretation of graphs representing situations. *For Learning of Mathematics*, 2, 34-42.
- BORBA, R., PESSOA, C. e SANTOS, R. (1997). O livro didático de matemática de 1^a a 4^a série e o ensino-aprendizagem das estruturas aditivas, *Anais do XXVI Congresso Interamericano de Psicologia*, PUC - São Paulo..
- BORBA, R.. e SANTOS, R. (1997). .Analisando a resolução de problemas de estruturas aditivas por crianças de 3^a série, *Anais da 49^a Reunião Anual da SBPC*, MG.
- BORG, I. e LINGOES, J.C. (1987). *Multidimensional similarity structure analysis*. New York: Springer.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, Ensino de 1^a à 4^a série*. Brasília, MEC/ SEF.
- CURCIO, F.R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graph. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 382-393.
- FALBEL, A e HANCOCK, C. (1993). Coordinating sets properties when representing data: the group separation problem. In *Proceeding 17nd Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (2), pp 17-24. Japan.
- GUIMARÃES, G.L, GITIRANA, V. e ROAZZI, A. (2000). Categorização e representação de dados no ensino fundamental.. 23^a Reunião Anual da ANPED. Caxambu.
- GUIMARÃES, G.L. (1995). *Classificando animais: existe forma correta?* Trabalho não publicado.
- HANCOCK, C. (1991). *The Data Structures Project*; Fundamental data tools for mathematics and science education. Technical Education Research Centres, Inc.
- HOYLES, C., HEALY, L. e POZZI, S. (1994). Homing in on data handling: a case study. *Computers in New Zealand Schools*, 3, (6).
- JANVIER, C. (1978). The interpretation of complex cartesian graphs representing situations – studies and teaching experiments. *Tese de Doutorado (D.Phil)*. University of Nottingham .
- JONES, G. A, LANGRALL, C.W, THORTON, C.A., MOONEY, E. (2000). Using students statistical thinking to inform instruction. In *Proceeding 24nd Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (3), pp 94-102, Japan.

- KERSLAKE, D. (1981). Graphs. In K.M.Hart (Ed). *Children's understanding of mathematics concepts, 11*, p.120-136. London, John Murray.
- LEINHARDT, G.; ZASLAVSKY, O. e STEIN, M.K. (1990). Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. *Review of Educational Research, vol. 60*, nº 1, pp. 1-64.
- Lerner, D. (1996). O ensino e o aprendizado escolar. Argumentos contra uma falsa oposição. *Piaget-Vygotsky*, pp.87-146. São Paulo, Ed. Ática.
- LINS, W. (1999). *Procedimentos de classificação na formação de professores*. Trabalho não publicado.
- LINS, W. (2000). Procedimentos Lógicos de Classificação através de um Banco de Dados: Um Estudo de Caso. Monografia apresentada no Curso de Especialização em Informática na Educação - UFPE.
- MEVARECH, Z.R. e KRAMARSKY, B. (1997). From verbal descriptions to graphic representations: stability and change in students alternative conceptions. *Educational Studies in Mathematics, 32*, 229-263.
- MONK, G.S. (1989). A framework for describing student understanding of functions. Trabalho apresentado no Annual Meeting of the American Educational Research Association, San Francisco.
- MONK, S. (1992). Students' Understanding of a Function Given by a Physical Model, em G. Harel e Ed Dubinsky (Eds.) *The Concept of Function - Aspects of Epistemology and Pedagogy, MAA Notes 25*, pp.175-94.
- NEMIROVSKY, R e MONK, S (2000). "If you look at it the order way..." An exploration into the nature of symbolizing. In P.Cobb, E. Yackel e K. McClain (Eds.) *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools and instructional design*. Hillsdale NJ: Lawrence Earlbaum Associates.
- PADILLA, M.J., MACKENZIE, D.L e SHAW, E.I. (1986). An examination of the line graphing ability of students in grade seven through twelve, *School Science and Mathematics, 86*.
- PESSOA, C. S. e FALCÃO, J.T.R. (1999). Estruturas aditivas: conhecimentos do aluno e do professor. *XXII Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste - EPEN*, Salvador.
- PONTE, J. P., OLIVEIRA, H., BRUNHEIRA, L., VARANDAS, J. M., & FERREIRA, C. (1999). O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. *Quadrante, 7(2)*, 41-70.
- PREECE, J. (1983). Graphs are not straightforward. In Green e Payne (Eds), *The psychology of computer task. A European Perspective* p.41-56. London, Academic Press.
- RIBEIRO, R.P. e NUÑEZ, I.B. (1997). O desenvolvimento dos procedimentos do pensamento lógico: comparação, identificação e classificação. *Revista Educação em Questão, 7 (1/2)* p.40-66.
- SANTOS, M.S. e GITIRANA, V. (1999). V. A interpretação de gráficos de barra, com variáveis numéricas, em um ambiente computacional de manipulação de dados. *Anais do XIV Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste (EPEN)*, Salvador – Bahia.
- SELVA, A.C.V.(2003). Gráficos de barras e materiais manipulativos: analisando dificuldades e contribuições de diferentes representações no desenvolvimento da conceitualização matemática em crianças de seis a oito anos. *Tese de Doutorado. Pós-graduação em Psicologia, UFPE*.

- Souza, D.A, Barbosa, R. e Guimarães, G. (2004). Uma proposta de seqüências didáticas sobre interpretação de gráficos em turmas de 3ª série. Trabalho de conclusão do curso de Pedagogia da UFPE.
- Spavold, J. (1989). Children and databases: na analisys of data entry and query formulation. *Journal of Computer Assisted Learning*, 5, 145-160.
- Tabletop (TM) and Tabletop Junior (TM): New computer Tools for Logic, Information, Graphing and Data Analysis. (1994). *Hands on!* 17(2),.
- Talizina, N.F. (1987). La formacion de la actividad cognoscitiva de los escolares. Universidad de La Habana. ENPES.
- Tierney, C. e Nemirovsky, R. (1991). Children's spontaneous representations of changing situations. *Hands on!*, 14, (2), 7-10.
- Tierney, C., Weinberg, A. , Nemirovsky, R. (1992). Telling stories about plant growth: fourth grade students interpret graphs. In *Proceeding 16nd Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (3), pp 66-73. Durkan, USA.
- Vergnaud, G. (1985). *L'enfant, la mathématique et la réalité*. Editions Peter Lang S.A. Berna, Suíça.
- Vergnaud, G. (1987). Conclusion. *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*, 18, 227-232.