



ENSINO DE COMBINATÓRIA, PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA MEDIADO POR TECNOLOGIAS DIGITAIS

SIDNEY SILVA SANTOS
GEOVANE CARLOS BARBOSA
PRISCILA BERNARDO MARTINS
(ORGANIZADORES)

SIDNEY SILVA SANTOS
GEOVANE CARLOS BARBOSA
PRISCILA BERNARDO MARTINS
(ORGANIZADORES)

**ENSINO DE COMBINATÓRIA,
PROBABILIDADE E
ESTATÍSTICA MEDIADO POR
TECNOLOGIAS DIGITAIS**

Editora Metrics
Santo Ângelo – Brasil
2025



Esta obra está licenciada com uma Licença Creative Commons

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0>

Revisão: Os autores

Capa: Freepik

CATALOGAÇÃO NA FONTE

E24 Ensino de combinatória, probabilidade e estatística mediado por tecnologias digitais / organizadores: Sidney Silva Santos, Geovane Carlos Barbosa, Priscila Bernardo Martins. - Santo Ângelo : Metrics, 2025.
187 p. : il.

ISBN 978-65-5397-306-0

DOI 10.46550/978-65-5397-306-0

1. Estatística. 2. Probabilidade. 3. Combinatória.
I. Santos, Sidney Silva (org.). II. Barbosa, Geovane Carlos (org.). III. Martins, Priscila Bernardo (org.)

CDU: 519.1/.2

Responsável pela catalogação: Fernanda Ribeiro Paz - CRB 10/ 1720



Rua Antunes Ribas, 2045, Centro, Santo Ângelo, CEP 98801-630

E-mail: editora.metrics@gmail.com

<https://editorametrics.com.br>

Conselho Editorial

Dr. Charley Teixeira Chaves	PUC Minas, Belo Horizonte, MG, Brasil
Dra. Cleusa Inês Ziesmann	UFFS, Cerro Largo, RS, Brasil
Dr. Douglas Verbicaro Soares	UFRR, Boa Vista, RR, Brasil
Dr. Eder John Scheid	UZH, Zurique, Suíça
Dr. Fernando de Oliveira Leão	IFBA, Santo Antônio de Jesus, BA, Brasil
Dr. Glaucio Bezerra Brandão	UFRN, Natal, RN, Brasil
Dr. Gonzalo Salerno	UNCA, Catamarca, Argentina
Dra. Helena Maria Ferreira	UFLA, Lavras, MG, Brasil
Dr. Henrique A. Rodrigues de Paula Lana	UNA, Belo Horizonte, MG, Brasil
Dr. Jenerton Arlan Schütz	UNIJUÍ, Ijuí, RS, Brasil
Dr. Jorge Luis Ordelin Font	CIESS, Cidade do México, México
Dr. Luiz Augusto Passos	UFMT, Cuiabá, MT, Brasil
Dr. Manuel Becerra Ramirez	UNAM, Cidade do México, México
Dr. Marcio Doro	USJT, São Paulo, SP, Brasil
Dr. Marcio Flávio Ruaro	IFPR, Palmas, PR, Brasil
Dr. Marco Antônio Franco do Amaral	IFTM, Ituiutaba, MG, Brasil
Dra. Marta Carolina Gimenez Pereira	UFBA, Salvador, BA, Brasil
Dra. Mércia Cardoso de Souza	ESMEC, Fortaleza, CE, Brasil
Dr. Milton César Gerhardt	URI, Santo Ângelo, RS, Brasil
Dr. Muriel Figueredo Franco	UZH, Zurique, Suíça
Dr. Ramon de Freitas Santos	IFTO, Araguaína, TO, Brasil
Dr. Rafael J. Pérez Miranda	UAM, Cidade do México, México
Dr. Regilson Maciel Borges	UFLA, Lavras, MG, Brasil
Dr. Ricardo Luis dos Santos	IFRS, Vacaria, RS, Brasil
Dr. Rivetla Edipo Araujo Cruz	UFPA, Belém, PA, Brasil
Dra. Rosângela Angelin	URI, Santo Ângelo, RS, Brasil
Dra. Salete Oro Boff	IMED, Passo Fundo, RS, Brasil
Dra. Vanessa Rocha Ferreira	CESUPA, Belém, PA, Brasil
Dr. Vantoir Roberto Brancher	IFFAR, Santa Maria, RS, Brasil
Dra. Waldimeiry Corrêa da Silva	ULOYOLA, Sevilha, Espanha

Este livro foi avaliado e aprovado por pareceristas *ad hoc*.

Agradecemos ao suporte financeiro concedido pelo Instituto Federal do Espírito Santo (IFES).

SUMÁRIO

PREFÁCIO.....	11
---------------	----

CÁSSIO CRISTIANO GIORDANO

APRESENTAÇÃO	15
--------------------	----

SIDNEY SILVA SANTOS

GEOVANE CARLOS BARBOSA

PRISCILA BERNARDO MARTINS

Capítulo 1 - CICLO INVESTIGATIVO NA APRENDIZAGEM DE ESTATÍSTICA E O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS	19
---	----

MARCIA VIEIRA LOURENÇO

KELI CRISTINA CONTI

Capítulo 2 - ENTRE <i>SCOUTS</i> E GRÁFICOS: O FUTSAL E A ESTATÍSTICA	35
---	----

EDMAR TIAGO RIOS

SANDRA GONÇALVES VILAS BÔAS

WESLEY MARQUES DA SILVA

Capítulo 3 - FAÇAM SUAS APOSTAS! USO DO JOGO DIGITAL BATALHA COM DADOS PARA A APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE	55
---	----

IULY KRISTINA SILVA AVELAR

KELI CRISTINA CONTI

Capítulo 4 - APRENDIZAGEM SOBRE AMOSTRAGEM, CURVA NORMAL E SUAS RELAÇÕES NO ENSINO MÉDIO UTILIZANDO O GEOGEBRA.....	75
---	----

ANDRÉ FELLIPE QUEIROZ ARAÚJO

GILDA LISBÔA GUIMARÃES

Capítulo 5 - LEITURA DOS DADOS, ENTRE OS DADOS E ALÉM
DOS DADOS: O ENSINO DE GRÁFICOS ESTATÍSTICOS COM
O USO DA PLANILHA ELETRÔNICA 95

ADRIANA MAIATE ROSENDO

PAULA CESARO

SIDNEY SILVA SANTOS

Capítulo 6 - DA TEORIA À PRÁTICA: A APLICAÇÃO DO
MÉTODO ESTATÍSTICO COM O APOIO DAS TDC NA
ESCOLA PÚBLICA 111

STEPHANIE COELHO TEISTA ALVES

ELEMILSON BARBOSA CAÇANDRE

ALLAN DA SILVA CONCEIÇÃO

Capítulo 7 - ENSINO DE ESTATÍSTICA DESCRITIVA COM
APOIO DO *SOFTWARE* R: PRÁTICAS PEDAGÓGICAS
MEDIADAS POR TECNOLOGIAS DIGITAIS 129

MARCELA RICHELE FERREIRA

LÍVIA MARIA DUTRA

DAVIDSON PAULO AZEVEDO OLIVEIRA

Capítulo 8 - UMA PROPOSTA DE INTEGRAÇÃO DO PYTHON
PARA O ESTUDO DE REGRESSÃO LINEAR SIMPLES 159

FREDERICO XAVIER DE ALMEIDA

JOSÉ RONALDO ALVES ARAÚJO

DOUGLAS DA SILVA TINTI

ÍNDICE REMISSIVO 187

PREFÁCIO

Ensinar Combinatória, Probabilidade e Estatística no Brasil, atualmente, é um desafio que exige conciliar tradição e inovação, equilibrando demandas curriculares, formação docente, avaliação, equidade de acesso e possibilidades proporcionadas pelas tecnologias digitais. Essas áreas, que por muito tempo ocuparam um espaço periférico nos currículos escolares, vêm conquistando espaço na formação de cidadãos capazes de ler, interpretar e comunicar informações de natureza estocástica, tomar decisões mais assertivas embasadas em evidências científicas e participar criticamente de uma sociedade imersa em dados. Nesta obra, os autores se dedicam a examinar a complexidade desse cenário, abordando tanto os avanços quanto as lacunas, assim como as práticas promissoras e as tensões que caracterizam o ensino desses conteúdos no país.

As transformações curriculares ocorridas nas últimas décadas acentuaram a ênfase no desenvolvimento de habilidades estatísticas, probabilísticas e combinatórias. A inclusão de objetivos que privilegiam o letramento, o pensamento e o raciocínio nessas áreas traduz a compreensão de que tais competências são indispensáveis ao exercício pleno da cidadania no século XXI.

Não se trata apenas de conteúdos técnicos, mas de instrumentos para compreender fenômenos sociais, sanitários e econômicos, desde a leitura crítica de pesquisas e gráficos que circulam na mídia até a análise de indicadores utilizados na formulação e avaliação de políticas públicas. Nesse contexto, a presença das tecnologias digitais potencializa de maneira significativa o trabalho pedagógico, abrindo novas possibilidades para ensinar, aprender e aplicar conceitos de Combinatória, Probabilidade e Estatística.

O avanço em direção a abordagens mais significativas e contextualizadas tem se consolidado a partir da incorporação, na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), de orientações que valorizam o uso crítico da informação, a análise de situações de incerteza e a interpretação de dados. A sociedade contemporânea, imersa em fluxos contínuos de dados e em processos de tomada de decisão baseados em evidências quantitativas, exige que a escola prepare seus estudantes para compreender e lidar com esse ambiente. As tecnologias digitais, nesse contexto, não se limitam a

apoiar o ensino: elas transformam sua natureza, permitindo experiências de aprendizagem mais ricas e interativas.

Entretanto, essa transformação não ocorre de maneira homogênea. Enquanto algumas escolas e professores exploram simulações interativas, planilhas eletrônicas, ambientes virtuais e linguagens de programação para desenvolver o raciocínio combinatório, probabilístico e estatístico, outras enfrentam restrições de acesso à tecnologia ou carecem de formação específica para seu uso pedagógico. Tal disparidade convida a uma reflexão sobre as potencialidades que essas ferramentas oferecem e sobre as barreiras que ainda precisam ser superadas para garantir uma aplicação inclusiva e eficaz.

O uso pedagógico das tecnologias digitais possibilita ambientes mais dinâmicos e investigativos. Na Combinatória, recursos de representação visual ajudam a explorar o princípio multiplicativo, os arranjos, as permutações e as árvores de possibilidades. Na Probabilidade, simuladores de experimentos aleatórios permitem observar frequências relativas, compreender a lei dos grandes números e analisar o comportamento de eventos independentes. Na Estatística, ferramentas como Excel, GeoGebra, R ou plataformas *online* facilitam a coleta, organização, análise e visualização de dados reais, muitas vezes obtidos em bases públicas ou levantados pelos próprios estudantes. A possibilidade de realizar experimentações rápidas, testar hipóteses e comparar resultados teóricos com evidências empíricas rompe com a lógica centrada exclusivamente em exercícios algorítmicos e aproxima o ensino de práticas investigativas comuns no trabalho de profissionais e pesquisadores.

Outro aspecto importante é o fortalecimento da interdisciplinaridade e da transdisciplinaridade. Projetos que integram Matemática com Ciências, Geografia, Economia ou Educação Financeira, utilizando dados reais e recursos interativos, permitem que questões socialmente relevantes sejam analisadas pelos estudantes, como taxas de desemprego, indicadores de saúde ou padrões climáticos. Essa conexão com o cotidiano confere sentido ao estudo e contribui para o engajamento discente. No entanto, tais experiências não são igualmente viáveis em todas as realidades escolares. Persistem desigualdades de infraestrutura: enquanto algumas instituições dispõem de laboratórios bem equipados e professores experientes no uso de tecnologias digitais, outras lidam com a escassez de dispositivos, baixa conectividade e falta de suporte técnico, sem falar da precária oferta de formação continuada. A exclusão digital foi amplificada durante a

pandemia de COVID-19, evidenciando que a adoção de metodologias digitais exige mais do que boa vontade docente — requer investimentos estruturais e políticas públicas consistentes.

A formação dos professores é outro desafio. Dominar uma ferramenta tecnológica não garante sua utilização de forma pedagógica e significativa. É fundamental integrá-la a sequências didáticas que articulem conceitos, procedimentos e atitudes, de modo que a tecnologia não se reduza a um atalho para resultados rápidos, sem reflexão conceitual, ou a tarefas passivas, como assistir a vídeos ou manipular planilhas prontas. A superação desse quadro depende de formações continuadas que aliem conteúdo matemático e didática digital, incentivem a criação de atividades contextualizadas e ofereçam espaço para experimentação, troca de experiências e acompanhamento.

Há, contudo, experiências inspiradoras que mostram a viabilidade de integrar Combinatória, Probabilidade e Estatística às tecnologias digitais de forma efetiva. A aprendizagem baseada em projetos, por exemplo, permite que estudantes colem e analisem dados de sua realidade — como hábitos alimentares, transporte escolar ou consumo de água —, vivenciando todas as etapas de uma investigação estatística com apoio de planilhas e ferramentas de visualização. Simulações e modelagens com *softwares* possibilitam explorar fenômenos do dia a dia, como tempos de espera ou sorteios, desenvolvendo uma compreensão intuitiva antes da formalização matemática. Jogos digitais, integrados a raciocínio combinatório e probabilístico, ajudam a consolidar aprendizagens e motivar a participação. A introdução gradual de linguagens de programação, como Python, ou ambientes como Scratch e RStudio, oferece aos estudantes noções de ciência de dados e automação de análises, aproximando-os de práticas profissionais contemporâneas. Essas abordagens valorizam a participação ativa, a resolução de problemas autênticos e a construção coletiva de significado.

O fortalecimento dessa perspectiva no Brasil dependerá de fatores interligados: a garantia de infraestrutura e acesso universal a equipamentos e *softwares*, a oferta contínua de formação docente que una conteúdo e uso pedagógico da tecnologia, a produção de materiais digitais contextualizados à realidade escolar brasileira e a construção de processos avaliativos que valorizem a interpretação, a comunicação de conclusões e a análise crítica, em vez de se limitarem a procedimentos mecânicos. Quando esses elementos se articulam, cria-se um cenário no qual os estudantes não

apenas resolvem problemas combinatórios ou calculam probabilidades, mas compreendem o significado desses resultados e sua aplicação na interpretação e transformação da realidade.

A mediação tecnológica no ensino dessas áreas vai além de uma simples atualização metodológica: ela redefine papéis e responsabilidades. O professor assume a função de mediador, curador de recursos e orientador de investigações; o estudante, por sua vez, torna-se protagonista, interagindo com problemas, explorando dados, formulando hipóteses e construindo seu entendimento.

Este livro, inserido nesse contexto, propõe-se a inspirar reflexões, experimentações e compartilhamento de práticas que ampliem o uso das tecnologias digitais, tornando o ensino de Combinatória, Probabilidade e Estatística mais significativo, equitativo e alinhado às demandas do nosso tempo. Que as ideias e experiências apresentadas aqui incentivem professores, formadores e gestores a investir em propostas que combinem rigor conceitual, relevância social e inovação tecnológica, preparando os jovens para exercer plenamente a cidadania em uma sociedade cada vez mais guiada por dados e permeada pela incerteza.

Prof. Dr. Cássio Cristiano Giordano

APRESENTAÇÃO

A construção desta obra “*Ensino de Combinatória, Probabilidade e Estatística mediado por tecnologias digitais*” é fruto de uma parceria estabelecida entre os organizadores, egressos do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) da Universidade Cruzeiro do Sul e membros do GT1 - Matemática na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e GT12 - Educação Estatística da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).

A obra reúne contribuições, em oito capítulos, que exploram o Ensino de *Combinatória, Probabilidade e Estatística mediado por tecnologias digitais*. Assim, para instigar a leitura, passamos a apresentar, sucintamente, o conteúdo de cada um dos capítulos.

O primeiro capítulo, “*Ciclo investigativo na aprendizagem de estatística e o uso de tecnologias digitais*” de autoria de Lourenço e Conti (2025), teve como objetivo identificar e analisar as contribuições do trabalho por meio de um ciclo investigativo em uma situação de ensino, para o desenvolvimento do letramento estatístico de estudantes do 9.º ano do Ensino Fundamental realizado em uma escola pública de Belo Horizonte, Minas Gerais. Por meio do projeto intitulado “*Intolerância na escola? Modos de transformar*”, o estudo destacou a importância do protagonismo estudantil e da participação ativa dos alunos em todas as etapas do ciclo investigativo. Também evidenciou a relevância do uso de tecnologias digitais no cotidiano escolar como instrumento capaz de potencializar a aprendizagem e colaborar com as transformações nas práticas de ensino atuais. Além disso, demonstrou que é possível desenvolver práticas pedagógicas conectadas às demandas sociais, como o enfrentamento ao racismo e ao *bullying*.

No capítulo seguinte, intitulado “*Entre scouts e gráficos: o futsal e a estatística*”, Rios, Bôas e Silva (2025) buscaram analisar se *scouts* gerados durante a prática de futsal nas aulas de Educação Física contribuem para o ensino e a aprendizagem de Matemática de uma turma do 8.º ano do Ensino Fundamental. Apesar de alguns questionamentos sobre a ausência de familiaridade com o Excel, a pesquisa demonstrou que a integração entre a matemática com as aulas de Educação Física foi uma abordagem

para motivar os alunos a participarem da estratégia pedagógica. A iniciativa proporcionou um ambiente prático e contextualizado para o trabalho com os conceitos estatísticos, além de promover o aprendizado de habilidades básicas de informática, como o uso do *software* Excel, durante as aulas.

No terceiro capítulo, Avelar e Conti (2025) realizaram o estudo intitulado *“Façam suas apostas! Uso do jogo digital batalha com dados para a aprendizagem de probabilidade”*, com o objetivo de analisar a efetividade do uso de um jogo digital no ensino de conceitos de probabilidade para estudantes do 5.º ano do Ensino Fundamental da rede estadual de Belo Horizonte, Minas Gerais. As autoras desenvolveram um jogo denominado *“Batalha com dados”* baseado nos sete momentos do jogo de Grando (2024) e no modelo de letramento probabilístico de Gal (2005). Inicialmente, os estudantes foram se mostraram motivados por se tratar de um recurso digital pouco utilizado em seu ambiente escolar, tanto físico quanto virtual. Com passar do tempo, a busca pelo conhecimento tornou-se evidente. O estudo demonstrou que, por meio do uso do jogo digital, os estudantes desenvolveram conhecimentos sobre probabilidade, promovendo o desenvolvimento do letramento probabilístico. Embora, esse processo seja contínuo e acumulativo, essa proposta contribuiu para o desenvolvimento dos estudantes nesse campo.

A experiência intitulada *“Aprendizagem sobre amostragem, curva normal e suas relações no ensino médio utilizando o GeoGebra”*, de Araújo e Guimarães (2025), é discutida no quarto capítulo. Os autores analisam a contribuição de uma intervenção didática realizada com estudantes do 3.º ano do Ensino Médio de uma escola pública do Recife, Pernambuco, visando à aprendizagem articulada dos conceitos de amostragem e curva normal, por meio do uso do software GeoGebra. Os resultados evidenciam que a intervenção favoreceu a compreensão dos estudantes sobre esses conceitos. A interação com o *GeoGebra* possibilitou um tratamento de dados mais robusto, com visualizações dinâmicas e ágeis, contribuindo significativamente para o desenvolvimento do letramento estatístico e probabilístico.

No quinto capítulo, *“Leitura dos dados, entre os dados e além dos dados: o ensino de gráficos estatísticos com o uso da planilha eletrônica”*, Rosendo, Cesaro e Santos (2025) analisam uma atividade voltada ao ensino de gráficos estatísticos por meio do uso da planilha eletrônica, proposta em um livro didático de Matemática do 6.º ano do Ensino Fundamental, aprovado pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD)

- 2024. A análise foi realizada sob a perspectiva dos níveis de compreensão da linguagem gráfica proposta por Curcio (1989). O livro analisado foi *A Conquista da Matemática*, de Júnior (2022). Os autores destacam que a construção de gráficos e tabelas, quando limitada à leitura dos dados, eixos e títulos, não favorece uma interpretação crítica das informações estatísticas representadas. Ressaltam, ainda, que as atividades analisadas possuem potencial para contemplar os níveis de leitura propostos e que o uso de ferramentas tecnológicas pode agilizar o processo de construção dos conhecimentos estatísticos.

No sexto capítulo, Alves, Caçandre e Conceição (2025) apresentam o estudo intitulado *“Da teoria à prática: a aplicação do método estatístico com o apoio das TDIC na escola pública”*, com objetivo de analisar qualitativamente o impacto da atividade prática e do uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) no desenvolvimento de competências estatísticas. A pesquisa foi realizada em duas escolas de Ensino Médio em tempo integral da rede estadual de Cachoeiro de Itapemirim, Espírito Santo. Os principais resultados indicam que o ensino de Estatística, quando aplicado de forma contextualizada e mediado pelo uso de tecnologias, favorece a aprendizagem dos estudantes, promove o protagonismo, contribui para a formação de cidadãos críticos e desenvolve competências investigativas. Apesar dos desafios relacionados ao uso das tecnologias digitais, os autores destacam que a integração entre essas ferramentas e o ensino de Estatística é fundamental para a promoção de espaços de discussão e socialização.

Intitulado *“Ensino de Estatística Descritiva com apoio do software R: práticas pedagógicas mediadas por tecnologias digitais”*, o sétimo capítulo, escrito por Ferreira, Dutra e Oliveira (2025), tem como objetivo oferecer subsídios para que um grupo de professores integre o *software R* às suas práticas pedagógicas, desenvolvendo nos estudantes não apenas habilidades técnicas, mas também uma compreensão crítica da informação estatística. Para a construção dessa abordagem teórico-didática, os autores utilizaram o *software R*, uma ferramenta gratuita e amplamente difundida, que favorece uma aprendizagem ativa e contextualizada ao aproximar situações reais dos conteúdos escolares. Segundo os autores, o uso do R deve estar fundamentado na interpretação conceitual e na comunicação dos resultados, contribuindo, assim, para a construção do pensamento crítico.

No oitavo capítulo, intitulado *“Uma proposta de integração do Python para o estudo de regressão linear simples”*, Almeida, Araújo e Tinti

(2025) apresentam uma proposta de integração do *Python* com foco no estudo da regressão linear simples. Os autores apontam que o uso da tecnologia digital na fase de planejamento, conforme proposto pelo ciclo investigativo, mostrou-se viável tanto na manipulação dos dados quanto na proposição de um modelo preditivo. Além disso, destacam que a compreensão da transnumeração, conforme proposta por Wild e Pfannkuch (1999), a partir da representação gráfica e das estatísticas que emergem desses modelos, pode contribuir para o processo de integração do *Python* no desenvolvimento e compreensão da transnumeração.

Esperamos que esta obra não apenas inspire leituras, mas também estimule reflexões críticas e promova debates enriquecedores entre educadores, pesquisadores e estudantes sobre a fascinante temática do ensino de *Combinatória, Probabilidade e Estatística* mediado por tecnologias digitais. Que ela contribua para ampliar o entendimento e a valorização dessas áreas fundamentais da Educação Estatística, fortalecendo práticas pedagógicas inovadoras e o uso consciente das tecnologias nos processos de ensino e de aprendizagem.

Sidney Silva Santos
Geovane Carlos Barbosa
Priscila Bernardo Martins
(Organizadores)

CICLO INVESTIGATIVO NA APRENDIZAGEM DE ESTATÍSTICA E O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS

Marcia Vieira Lourenço¹

Keli Cristina Conti²

1 Introdução

Este capítulo apresenta excertos de um trabalho de Mestrado Profissional que esteve associado ao projeto: “Intolerância na escola? Modos de transformar...”, realizado em uma escola pública de Belo Horizonte/MG. Desenvolvemos, uma pesquisa estatística com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, no ano de 2023. Consideramos que a influência da Estatística na vida das pessoas e nas instituições são claramente perceptíveis, o que demonstra a relevância dos objetivos para se ensinar e aprender Estatística e Probabilidade na Educação Básica.

A Educação Estatística apresenta diferentes metas, mas merecem destaque as metas que visam capacitar os estudantes a apresentarem descrições, julgamentos, conclusões e opiniões elaboradas a partir de dados, com a utilização de ferramentas matemáticas, quando necessário, para a interpretação desses dados. Além disso, o estudo de Estatística visa contribuir para que os estudantes se tornem cidadãos capazes de compreender e lidar com a incerteza e a variabilidade da informação no mundo à sua volta; e, também, para que se tornem parte na produção, na interpretação e na comunicação de dados de problemas que encontrem em suas vidas, sobretudo com o uso de tecnologias.

Nesse contexto, pensamos na seguinte questão de pesquisa: Que contribuições podem ser identificadas no Ensino da Estatística no 9º ano do Ensino Fundamental a partir da proposição de uma prática pedagógica baseada na resolução de problemas no desenvolvimento do letramento estatístico em um ciclo investigativo?

1 Mestra em Educação e Docência pela Universidade Federal de Minas Gerais. Vice-diretora na rede Municipal de Educação de Belo Horizonte. E-mail: marciavlou@gmail.com

2 Professora adjunta do Departamento de Métodos e Técnicas Educacionais da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). E-mail: keli.conti@gmail.com

O objetivo geral da pesquisa foi identificar e analisar as contribuições do trabalho por meio de um ciclo investigativo em uma situação de ensino, para o desenvolvimento do letramento estatístico de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental.

Para este capítulo, nossos objetivos serão apresentar e defender o uso do ciclo investigativo, apresentar o contexto do trabalho de campo, destacando o uso de tecnologias digitais pelos estudantes, sobretudo pelo uso de tablets com acesso à internet e a produção de vídeos. Consideramos nesse sentido que as tecnologias ampliaram as possibilidades de se ensinar e aprender Estatística, com o uso do ciclo investigativo e concordamos com Maltempi (2008) que o uso dos tablets, internet e a produção de vídeos potencializaram nossas práticas.

2 O Ensino e a aprendizagem de Estatística nos anos finais do Ensino Fundamental

Embora documentos curriculares estejam voltados para tornar a Estatística uma disciplina fundamental na educação de cidadãos, há uma preocupação com relação ao desempenho dos professores que a ensinam. Geralmente muitos cursos de graduação de Matemática incluem a Estatística e a Probabilidade, porém, os conteúdos são apresentados, geralmente, de forma teórica e desconectada da realidade da educação básica. (STOHL, 2005; WATSON, 2001). Para Batanero e Díaz (2010), o conhecimento dos conteúdos matemáticos adquiridos pelos professores nas universidades influencia a maneira como eles abordam a disciplina.

Segundo Lopes (2010), as sugestões metodológicas dos currículos para a educação básica devem ser no sentido de aproveitar os interesses reais dos alunos para coletar e organizar os conjuntos de dados que servirão de base ao trabalho que se irá realizar ao longo da unidade. Ela ainda ressalta que um dos principais objetivos da Educação Estatística é ajudar os estudantes a desenvolver o pensamento estatístico e probabilístico. O pensamento estatístico, em grande parte, exige lidar com a onipresença de variabilidade, daí a importância da resolução de problemas estatísticos. Essa habilidade em lidar com a variabilidade possibilita às pessoas uma tomada de decisão centrada na compreensão dos acontecimentos, porque elas conseguem quantificar a variabilidade dos dados, e isso as torna capazes de explicar e argumentar suas decisões.

Entendemos que há um consenso na urgência de desenvolver nos estudantes a competência para lidar, em seu dia a dia, com a linguagem estatística. Garfield e Gal (1999) entendem que a Estatística exige uma forma própria de raciocínio, diferente do matemático. A Estatística lida com formas diferenciadas de raciocínios, que levam em conta a incerteza presente na transposição de resultados de amostras que representam uma população:

O raciocínio estatístico pode ser definido como o caminho do raciocínio de pessoas com ideias estatísticas e dá sentido às informações estatísticas. Isso envolve fazer interpretações baseadas no grupo de informações, representações de dados e sínteses estatísticas de dados. (GARFIELD; GAL, 1999, p. 1).

Para que o estudante desenvolva essa capacidade, proporcionada pela Educação Estatística, é fundamental que ele, em ambientes investigativos, tenha a oportunidade de assumir um papel ativo. Wild e Pfannkuch (1999) consideram essencial, para o desenvolvimento do raciocínio estatístico, a compreensão de cinco componentes: o reconhecimento da necessidade dos dados, a transnumeração (mudança de representação para buscar adequação do modelo aos dados), a percepção da variabilidade, o raciocínio com modelos e a integração da Estatística com o contexto. Tais componentes também foram discutidos em Mendonça e Lopes (2011); Lopes (1998) e Batanero e Diaz (2004).

A Educação Estatística necessita, para viabilizar ações e capacidades citadas anteriormente, de um ambiente de aprendizagem em que o estudante tenha a oportunidade de participar de forma ativa do processo de ensino-aprendizagem em situações reais em que tenham de fazer investigações.

Para o alcance de competências estatísticas, Lopes (2004) propõe um processo de ensino e aprendizagem da Estatística como um processo investigativo, no qual os estudantes tenham vivência com a geração e a análise de dados em situações nas quais precisem tomar decisões com base nos dados coletados. Nesse processo, o estudante deve ser instigado a lançar mão de algumas habilidades para construir estratégias para fazer sua investigação.

Essa perspectiva pedagógica, em que os estudantes têm a oportunidade de participar de um processo investigativo, como protagonistas, tem potencial para abrir inúmeras possibilidades de construção de conhecimento e de formação de sujeitos autônomos e reflexivos. Tal proposta tem, na perspectiva pedagógica de projetos (Wild;

Pfannkuch, 1999), uma prática abrangente para abarcar ações e reflexões fundamentais para a construção dos conceitos estatísticos.

É bastante desafiador investigar e compreender os processos de pensamento envolvidos na resolução de problemas estatísticos, desde a formulação do problema até as conclusões. Com o objetivo de descobrir seus processos de raciocínio estatístico, aceitamos o desafio de refletir sobre a seguinte questão: o que é pensamento estatístico?

Wild e Pfannkuch (1999) consideram o pensamento estatístico como a encarnação estatística do “senso comum”. Segundo esses pesquisadores, para a maioria de nós, o pensamento estatístico tem sido muito mais um produto de experiências, histórias de guerra e intuição do que qualquer instrução formal que tenhamos recebido.

Na área educacional, a forma usual de “ensinar” os estudantes a pensar estatisticamente é deixá-los resolver problemas a partir da realização de projetos. Sabemos que são complexos os processos de pensamento envolvidos na resolução de problemas do mundo real usando estatísticas. Porém, nós reconhecemos que o pensamento estatístico pode ocorrer benéficamente em situações do dia a dia e vemos o ciclo investigativo como uma estrutura coerente que liga os fragmentos e, portanto, pode ser uma estrutura indicada para o Ensino de Estatística.

Wild e Pfannkuch (1999) apresentaram uma estrutura quadridimensional para o pensamento estatístico na investigação empírica, composta por quatro dimensões: 1) O Ciclo Investigativo (PPDAC), 2) Tipos de pensamento, 3) O Ciclo Interrogativo e 4) Disposições. Essas quatro dimensões buscam organizar alguns dos elementos do pensamento estatístico durante uma investigação baseada em dados.

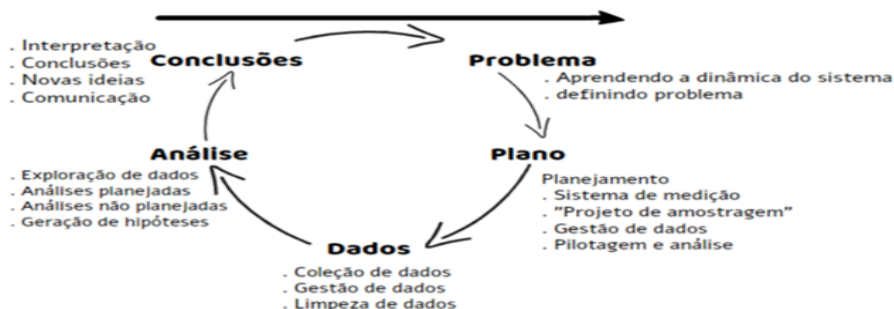
Elegemos para a pesquisa, que foi desenvolvida, a partir de Wild e Pfannkuch (1999), o desenvolvimento do Ciclo Investigativo (dimensão 1), que passará a ser detalhado a seguir.

3 O Ciclo Investigativo

O Ciclo Investigativo, proposto na dimensão 1 de Wild e Pfannkuch (1999), diz respeito à maneira como alguém age e o que pensa no decorrer de uma investigação estatística. Esses pesquisadores adaptaram o modelo PPDAC (Problema, Plano, Dados, Análise, Conclusões) de MacKay &

Oldford (1994)³ e, nesta pesquisa, optamos por usar o ciclo investigativo em uma situação de ensino.

Quadro 1 – Dimensão 1: O Ciclo Investigativo



Quadro 3 – Dimensão 1: O Ciclo Investigativo
Fonte: Wild e Pfannkuck, 1999, p. 226. Tradução nossa.

Fonte: WILD, PFANNKUCK, 1999, P. 226. Tradução nossa.

Um ciclo PPDAC preocupa-se em abstrair e resolver um problema estatístico baseado em um problema “real” maior. A maioria dos problemas almeja mudar um “sistema” para melhorar algo. Mesmo investigações motivadas pela curiosidade, como é o caso de investigações realizadas no contexto escolar, geralmente são justificadas pela ideia de que o valor acumulado no processo investigativo poderá trazer benefícios práticos a médio ou a longo prazo.

Uma solução baseada em conhecimento para o problema real requer uma melhor compreensão de como um sistema funciona e talvez também de como ele reagirá às mudanças para fluxos de entrada, configurações ou ambientes. Para atingir cada objetivo de aprendizagem, é iniciado um ciclo investigativo do modelo adaptado PPDAC. O conhecimento adquirido e as necessidades identificadas nesses ciclos podem iniciar novos ciclos de investigação. As conclusões das investigações alimentam uma base expandida de conhecimento do contexto que pode, em seguida, informar outras ações.

3 Apud Wild; Pfannkuch (1999).

4 Metodologia da pesquisa

Consideramos as ideias de Bogdan e Biklen (1994) na realização da pesquisa qualitativa que desenvolvemos. A pesquisa foi realizada na escola em que uma das autoras trabalhava. E, nesse contexto, foi fundamental buscar compreender como os sujeitos da pesquisa pensam e constroem significados.

Realizamos uma pesquisa qualitativa sobre o ensino e a aprendizagem de Estatística, do tipo experimento de ensino que, segundo Borba, Almeida e Gracias (2020), trata-se de uma metodologia de pesquisa que busca explorar e explicar as atividades matemáticas dos estudantes. Ela é primordialmente utilizada por pesquisadores que buscam entender os conceitos matemáticos e as operações efetuadas.

De acordo com Steffe e Thompson (2000), citados por Borba, Almeida e Gracias, (2020), o experimento de ensino envolve:

[...] um agente que ensina (professor-pesquisador), um ou mais estudantes, um observador dos episódios de ensino e um método de registro que retrata cada episódio. Esses registros podem ser usados na preparação dos episódios subsequentes, bem como na condução da análise conceitual retrospectiva daquele encontro (Steffe; Thompson, 2000, *apud* Almeida e Gracias, 2020, p. 44).

De acordo com Borba, Almeida e Gracias (2020), Steffe e Thompson (2000) afirmam que o experimento de ensino envolve quatro aspectos principais, sendo que:

[...] o central é o “ensino exploratório”, ou seja, ensino pela exploração. É necessário deixar que o aluno explore! O professor-pesquisador acompanha os caminhos e decisões dos estudantes ao lidar com conceitos e busca deixar de lado seus conceitos e formas de pensar para tentar entender a forma de pensar dos estudantes e como eles lidam com os conceitos matemáticos (STEFFE; THOMPSON, 2000, *apud* BORBA; ALMEIDA; GRACIAS, 2020, p. 44).

Além disso, Borba, Almeida e Gracias (2020), apresentam como aspectos principais: “o teste da hipótese da pesquisa” (p. 43), o “significado de ensino no experimento de ensino, que ocorre no contexto da interação com os estudantes” (p. 43) e a “interação intuitiva e responsiva”.

Portanto, nossa pesquisa foi desenvolvida numa perspectiva qualitativa, sendo caracterizada como experimento de ensino, sendo a “meta do experimento de ensino a construção de um modelo de pensamento matemático do estudante, o professor-pesquisador deve buscar

compreensão no processo de desenvolvimento das atividades didáticas e não apenas no resultado” (BORBA; ALMEIDA; GRACIAS, 2020, p. 44).

Passamos agora a apresentar o contexto em que a pesquisa foi desenvolvida e os envolvidos no processo.

5 O contexto da pesquisa

A escola escolhida para o desenvolvimento do Trabalho de Campo da pesquisa foi uma escola Municipal, situada na Regional Nordeste de Belo Horizonte, em que uma das autoras, atuava como regente de turmas, desde 2019. Além disso, nesta escola, consideramos que poderíamos contar com o total apoio da direção escolar e, também, da equipe pedagógica. Temos uma relação de confiança e isso facilitou a reorganização das atividades durante o período em que o trabalho de campo foi desenvolvido.

A direção escolar disponibilizou toda a materialidade necessária e deram autonomia à pesquisadora para usar os equipamentos e espaços da escola para a realização e a divulgação do projeto de pesquisa.

Para garantir o uso dos equipamentos necessários para a pesquisa, procuramos dialogar antecipadamente com a direção. A escola dispõe de *tablets*, com acesso à *internet*, em número suficiente para atender todos os alunos da turma. Além disso, todas as salas de aula da escola estão equipadas com projetores de imagens. A escola também disponibiliza notebooks para os professores utilizarem nas salas de aulas e conta com a ajuda de estagiários de Tecnologia da Informação. A Prefeitura de Belo Horizonte também disponibiliza o acesso à *internet wireless*. O sinal de internet não é bom em todos os espaços da escola, mas, na turma do projeto, o sinal atendeu satisfatoriamente. Porém, os *tablets*, depois de usados, precisavam ser recarregados e, para isso, a direção escolar precisou disponibilizar um funcionário encarregado de garantir a entrega dos *tablets* carregados nos encontros semanais do projeto. A direção também nos deu autonomia para fazer a gestão do tempo das aulas de Matemática.

A turma escolhida para ser investigada foi a turma de estudantes do 9.º ano, entre as demais turmas em que uma das autoras era regente. Ela era composta por 21 estudantes com interesses e dificuldades bem diferentes. A turma também era bastante heterogênea com relação à aprendizagem, mas não apresentavam problemas graves de disciplina, eram bons ouvintes e estavam abertos a experiências novas.

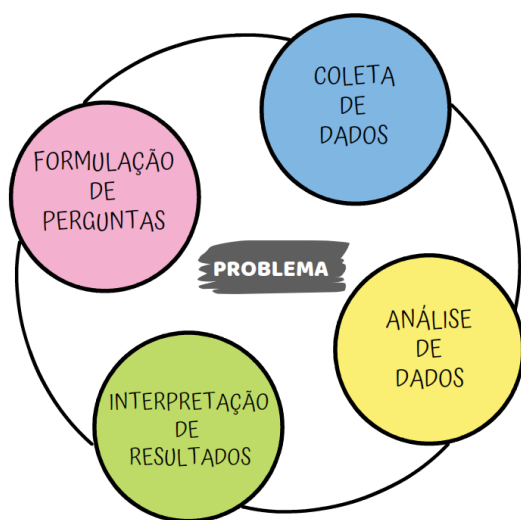
Iniciamos o projeto conversando sobre o desafio de se organizarem em quatro pequenos grupos e de aprenderem a trabalhar de forma colaborativa e em equipe. Sugerimos a escolha de quatro voluntários e que estes escolhessem os seus colegas de grupo, procurando a formação de grupos heterogêneos com relação aos ritmos de aprendizagem, comportamento e nível de comprometimento com as aulas.

Após a formação dos grupos, eles preencheram um formulário de perfil, a partir de *tablets* e do *QR CODE* do formulário.

Em seguida, fizemos a leitura dos formulários de autorização para uso da imagem⁴ e orientamos o seu preenchimento. Esses formulários foram levados para casa, entregues e conferidos no encontro seguinte.

A figura 1, a seguir, representa as etapas vivenciadas no trabalho de campo e o quadro 2, apresenta a ordem cronológica de todas as etapas do projeto, incluindo a datas em que foram realizadas as atividades.

Figura 1– Representação do Ciclo Investigativo



Fonte: Lourenço, 2023

⁴ Registrado no comitê de ética sob o CAAE: 55582022.4.0000.5149.

Quadro 2 – Ordem cronológica dos cinco momentos vivenciados no trabalho de campo

Data do Encontro	O Ciclo Investigativo e seus componentes	Atividade Desenvolvida	Carga Horária
29/03/2023	Problema • Aprendendo a dinâmica do Sistema. • Definição do Problema.	Apresentação da Proposta para a realização de uma Pesquisa Estatística com a turma. Diálogo sobre o entendimento da turma sobre o que é estatística. Definição de 4 grupos de trabalho e levantamento/pesquisa de possíveis temas de interesse, por grupo, para a pesquisa.	2 h/a
05/04/23	Problema • Aprendendo a dinâmica do Sistema. • Definição do Problema.	Apresentação dos temas sugeridos pelos 4 grupos de trabalho e a escolha, por meio de uma votação, de um tema único de pesquisa para a turma.	2 h/a
19/04/2023	Problema • Aprendendo a dinâmica do Sistema. • Definição do Problema.	Conversa coletiva para aprimoramento do tema geral de pesquisa escolhido pela turma e definição de subtemas de pesquisa para cada um dos 4 grupos de trabalho. A partir desse momento o projeto passou a chamar “Conflitos na escola? Modos de transformar...” Início da pesquisa sobre os subtemas escolhidos por cada um dos 4 grupos de trabalho	2 h/a
26/04/2023	1º Componente: Formulação de perguntas.	Elaboração de questões pelos grupos.	2 h/a
03/05/2023	1º Componente: Formulação de perguntas.	Elaboração de questões pelos grupos. Fechamento das questões em formulário único, com a professora, das questões elaboradas pelos grupos 1 e 2.	2 h/a
10/05/2023	1º Componente: Formulação de perguntas.	Elaboração de questões pelos grupos. Fechamento das questões em formulário único, com a professora, das questões elaboradas pelos grupos 3 e 4.	2 h/a

17/05/2023	1º Componente: Formulação de perguntas.	Pesquisa inicial, pelos alunos, sobre definições para População e Amostra. Apresentação de esclarecimentos sobre essas definições. Elaboração de um plano para realização da pesquisa na escola.	2 h/a
24/05/23; 31/05/23; 7/06/23;	2º Componente: Coleta de dados.	Realização da pesquisa na escola	6 h/a
14/06/23 21/06/23 28/06/23	3º Componente: Análise de dados.	Organização de dados da pesquisa em tabelas e realização dos cálculos necessários para a produção dos gráficos e análises planejadas e não planejadas e geração de hipóteses.	6 h/a
02/08/23	4º Componente: Interpretação de resultados	Apresentação, em uma roda de conversa, dos resultados gerais da pesquisa, para interpretações, conclusões, novas ideias, comunicação e tomada de decisões.	2 h/a
14 encontros de 2 h/a			Carga horária Total: 28 h

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras, 2024

A participação dos estudantes no projeto “Conflitos na escola? Modos de transformar...” também estimulou o interesse e o espírito investigativo e permitiu aos estudantes serem protagonistas do processo. No início do trabalho, eles não estavam habituados com o trabalho em equipe e adotaram uma postura de dependência da professora-pesquisadora. Porém, no decorrer do processo investigativo os estudantes passaram a se organizar e trabalhar de forma mais independente, colaborativa e crítica. A seguir um dos momentos de discussão, em roda de conversa, usando tablets e a internet, apresentando e discutindo os gráficos produzidos durante o projeto (Figura 2):

Figura 2: Apresentação dos gráficos da pesquisa na roda de conversa mediada pela tecnologia digital

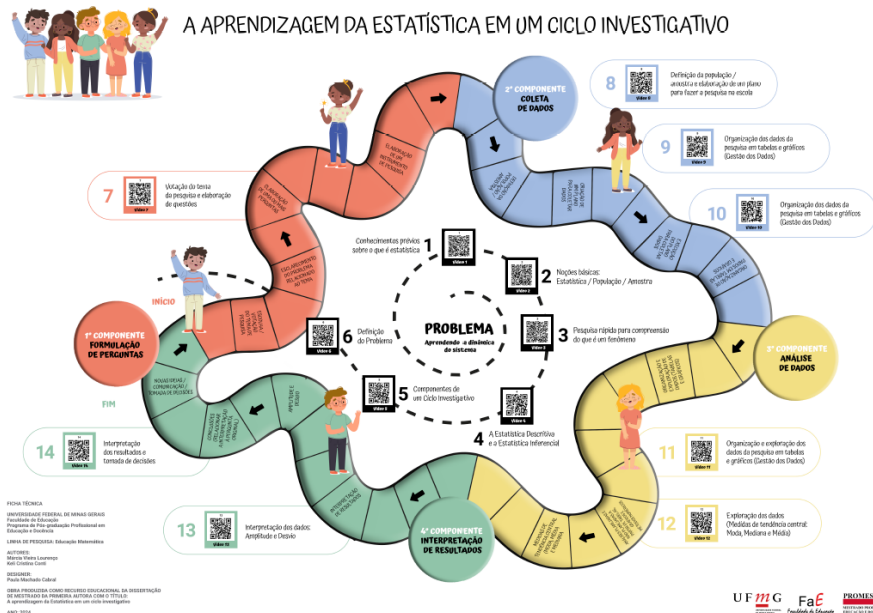


Fonte: Lourenço (2024).

Por se tratar de uma pesquisa desenvolvida no Mestrado Profissional, elaboramos também um produto educacional, constituído por uma sequência de vídeos, que são apresentados por meio de um mapa interativo que representa o ciclo de uma investigação estatística. Nomeamos esse mapa com o título da nossa pesquisa: “A aprendizagem da Estatística em um Ciclo Investigativo”. Esse mapa interativo indicará o caminho percorrido, pelos participantes da pesquisa em todos os momentos do ciclo investigativo.

A figura 3, a seguir, representa o recurso educacional com representações, considerações e contribuições da pesquisa, por meio dos QR Codes dos vídeos animados, que foram inseridos em lugares estratégicos do mapa, e de elementos dos componentes previstos em um ciclo investigativo, em uma situação de ensino de estatística.

Figura 3 – Mapa representativo da pesquisa: “A aprendizagem da Estatística em um Ciclo Investigativo”



Fonte: Lourenço, 2024

Para a produção dos vídeos, utilizamos um software de animação, chamado VideoScribe. Os roteiros dos vídeos foram elaborados de forma a representar episódios que ocorreram ao longo do trabalho de campo; e 5 estudantes da turma foram os personagens desses episódios. Utilizamos cerca de 5h30min para a gravação dos áudios de 9 vídeos, com a participação dos estudantes.

Os vídeos foram feitos buscando riqueza visual e de conteúdo. Não podiam ser longos e precisavam representar a realidade da pesquisa. Eles demandaram, portanto, criatividade, planejamento, comprometimento e cuidados para manter a motivação elevada. O processo de criação já foi iniciado e precisa ser feito com calma e criticidade.

Cada vídeo, inserido no mapa, tem um *QR Code*, que direciona o leitor para o link do vídeo, que está disponível em um canal de Ensino de Matemática, no *YouTube*, chamado “Matemática Rápida”, em uma lista de reprodução específica para Educação Estatística.

Cada *QR Code* gerado está inserido em lugares estratégicos do mapa, de maneira que todos os componentes do processo investigativo

fossem representados e indicassem o caminho percorrido, promovendo uma reflexão sobre as considerações e contribuições da pesquisa.

Vale ressaltar que os componentes do ciclo investigativo usados em sala de aula, demandaram desdobramentos, que indicaram a necessidade de mais de um vídeo para cada um deles. A etapa anterior à formulação de questões envolveu momentos de instrumentalização dos estudantes para a realização de uma pesquisa estatística, bem como a definição do tema com os sujeitos da pesquisa e, na sequência, a formulação de questões e a escolha e elaboração do instrumento da pesquisa; a coleta de dados envolveu a apuração e a criticidade dos dados (soma, processamento, classificação, reflexões); a análise dos dados envolveu a apresentação dos dados, a construção de tabelas e gráficos e sua interpretação; a interpretação dos resultados envolveu as conclusões sobre a população/amostra obtidas por meio da pesquisa.

As escolhas metodológicas da pesquisa e o recurso educacional estão associados aos referenciais teóricos adotados; estão relacionados, também, ao objetivo principal do Ensino de Estatística, para os anos finais do Ensino Fundamental, que visa proporcionar aos estudantes a oportunidade de coletar, organizar e interpretar informações, considerando que, a partir da análise dessas informações, os educandos possam formular conjecturas, tirar conclusões e conseguir fundamentá-las. À construção de tabelas de frequência e aos gráficos de barras, já trabalhados em anos anteriores, acrescentam-se os gráficos de setores, os polígonos de frequência e os pictogramas. A mediana aparece nos anos finais como medida de tendência central e, conjuntamente, com a média e a moda, constituem os instrumentos para sintetizar e analisar as informações. O ciclo investigativo visou contemplar esses referenciais curriculares previstos na Base Nacional Comum Curricular para os anos finais do Ensino Fundamental.

6 Algumas considerações

Procuramos, por meio da realização desta pesquisa, responder à questão: que contribuições podem ser identificadas no Ensino da Estatística por meio de uma investigação estatística feita com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental no desenvolvimento do letramento estatístico? O objetivo geral foi identificar e analisar as contribuições do trabalho por meio de um ciclo investigativo em uma situação de ensino,

para o desenvolvimento do letramento estatístico de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental;

Para realizar a pesquisa, os estudantes participaram de várias atividades em que tiveram acesso a informações sobre Estatística, sobretudo utilizando tecnologias digitais. Participaram de pesquisas, debates, videoaulas e apresentações sobre o tema, sobretudo, usando recursos tecnológicos, por meio do uso de *tablets*, uso da *internet*, e ajudando na produção dos vídeos. Ao longo desse processo, eles participaram de um projeto em que realizaram uma pesquisa estatística, de um tema escolhido por eles, por meio de um ciclo investigativo em uma situação de ensino.

Os estudantes foram protagonistas de todo o processo investigativo, desde a participação nas discussões sobre a dinâmica de um ciclo investigativo em uma situação de ensino, da escolha do tema e da definição da pergunta interrogativa da pesquisa, até a realização de todas as atividades envolvidas nos quatro componentes do ciclo investigativo: Formulação de perguntas, Coleta de dados, Análise de dados e Interpretação de resultados, adotado nessa pesquisa como metodologia para a resolução de problemas.

O impacto da pesquisa para a escola também foi um aspecto muito significativo. Demonstramos com a pesquisa que é possível desenvolver projetos de relevância social nas aulas de Matemática e deixamos pistas para o desenvolvimento de trabalhos futuros na escola. A pesquisa demonstrou, por exemplo, que ainda há na escola muito preconceito racial e que o bullying é um problema que deve ser enfrentado com seriedade, criatividade, construindo parcerias com os responsáveis.

Julgamos importante também, compreender a importância das tecnologias digitais no cotidiano das escolas, sobretudo no que diz respeito aos *tablets* e o acesso à *internet* para que tenhamos estes recursos utilizados como instrumento que podem potencializar a aprendizagem e para que possamos, desse modo, colaborar com a transformação das práticas de ensino atuais e além disso, foi também muito significativo demonstrar, com este trabalho, a importância de incentivar e valorizar o protagonismo juvenil por meio do desenvolvimento de projetos que privilegiam trabalhos em equipe. Experiências assim, quando bem manejadas, podem colaborar com a construção de sentidos e significados pelos estudantes. Reconhecemos que a educação passa por um momento em que mudanças na forma de se ensinar e se aprender são necessárias, urgentes e inadiáveis.

Referências

BATANERO, C. e DIAZ, C. **El papel de los proyectos en la enseñanza y matemáticas**. Zaragoza: ICE, 2004.

BATANERO, C. e DIAZ, C. "Training teachers to teach statistics: What can we learn from research?" **Statistique et Enseignement**, vol. 1, nº 1, 2010, p. 5-20. Disponível em: http://math.univ-lyon1.fr/irem/IMG/pdf/Batanero_Diaz.pdf. Acesso em: 22 jun. 2011.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. (Coleção Ciências da Educação). Portugal: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C.; ALMEIDA, H. R. F. L.; GRACIAS, T. A. S. **G. Pesquisa em ensino e sala de aula**: diferentes vozes em uma investigação. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2020.

GARFIELD, J. e GAL, I. Teaching and assessing statistical reasoning. I In: STIFF, L. e CURCIO, F. (Orgs.) **Developing mathematical reasoning in grades K-12**. USA: National Council of Teachers of Mathematics, 1999, p. 207-19).

LOPES, Celi A. E. **A probabilidade e a estatística no ensino fundamental**: uma análise curricular. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

LOPES, Celi A. E. Literacia estatística e o INAF 2002. In: Fonseca, M. C. F. R. (Org.) **Letramento no Brasil**: habilidades matemáticas: reflexões a partir do INAF 2002. São Paulo: Global; Ação Educativa Assessoria, Pesquisa e Informação. Instituto Paulo Montenegro, 2004. p. 187-197.

LOPES, Celi A. E. Reflexões teórico-metodológicas para a Educação Estatística. In: LOPES, C. E.; CURI, E. **Pesquisas em Educação Matemática**: um encontro entre a teoria e a prática. São Carlos (SP): Pedro & João Editores, 2008. p. 67-86.

LOPES, Celi. A. E. Os desafios para Educação Estatística no currículo de Matemática. In: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S.; e ALMOULOUD, S. A. (Orgs.). **Estudos e reflexões em educação estatística**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2010, p. 47-64.

LOURENÇO, Marcia V. A Aprendizagem da Estatística em um Ciclo Investigativo. 2024. 175f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação e Docência). Universidade Federal de Minas Gerais, Belo

Horizonte.

MALTEMPI, M. V. Educação matemática e tecnologias digitais: reflexões sobre prática e formação docente/Mathematics education and digital technologies: Reflexions about the practice in teacher education. *Acta Scientiae*, v. 10, n. 1, p. 59-67, 2008.

MENDONÇA, L. O. e LOPES, C. E. Modelagem matemática: um ambiente de aprendizagem para a implementação da Educação Estatística no Ensino Médio. **Bolema** – Boletim de Educação Matemática, v. 24, n. 40, ago, Rio Claro-SP, 2011, p. 701-724.

STOHL, H. Probability in teacher education and development. In: JONES, G. A. **Exploring probability in school**: Challenges for teaching and learning. Nova York: Springer, 2005, p. 297-324.

WATSON, J. “Profiling teacher” competente and confidence to teach particular mathematics topics: The case of chance and data. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 4, N. 4, 2001, p. 305-337.

WILD, C. e PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. **International Statistical Review**, nº 67, International Institute, 1999, p. 223-65. Disponível em: <http://www.stat.aucland.ac.nz/~iase/publications/isr/99.wild.pfannkuch.pdf>. Acesso em 24 ago. 2008.

Sobre os autores



Keli Cristina Conti: Possui mestrado e doutorado pela Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), é professora da Faculdade de Educação (FaE) da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) e atua no Programa de Mestrado Profissional em Educação e Docência (Promestre).



Marcia Vieira Lourenço: Possui mestrado pelo Programa de Mestrado Profissional em Educação e Docência (Promestre) da Faculdade de Educação (Fae) da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) e atua como vice diretora na rede municipal de Educação de Belo Horizonte.

ENTRE *SCOUTS* E GRÁFICOS: O FUTSAL E A ESTATÍSTICA

Edmar Tiago Rios¹

Sandra Gonçalves Vilas Bôas²

Wesley Marques da Silva³

1 Introdução

Este artigo segue organizado em cinco seções: na Introdução pontuamos a constituição e a relevância da pesquisa e, na segunda seção, destacamos os referenciais teóricos que lhe serviram de base. Assim, direcionamos inicialmente o olhar para o ensino da Estatística e subsequentemente discorremos sobre o ensino de Educação Física. A terceira seção constitui os aspectos metodológicos. Seguindo para a quarta seção, apresentamos o entrecruzamento das duas áreas de conhecimento, trazendo para a aula de Estudo Orientado os *scouts* – palavra inglesa utilizada neste cenário com o significado de “coleta de dados”. Por fim, concluímos registrando nossas considerações sobre o que efetivamos no Contexto de Investigação.

Chamamos à atenção o leitor informando que o texto aqui exibido se refere ao Contexto de Investigação *Matemática e Futsal*, desenvolvido durante a pesquisa de mestrado de Rios (2024) intitulada *O entrecruzamento das aulas de Educação Física com o ensino de Matemática: um estudo com uma turma do oitavo ano*, defendida no Programa de Pós-Graduação Profissional em Educação PPGPE – UNIUBE, Uberlândia. O Contexto de Investigação, segundo Vilas Bôas (2020, p. 199), “[...] representa o conjunto de tarefas e aulas necessárias para o desenvolvimento de cada tema, é o meio/*locus* pelo qual a coleta de dados é realizada”.

- 1 Mestre em Educação – Programa de Pós-Graduação Profissional em Educação - Universidade de Uberaba. Professor de Educação Física – Município e Estado. Email: edmartrios@gmail.com
- 2 Doutora em Educação Matemática – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática-Universidade Estadual de São Paulo – Júlio de Mesquita Filhos (UNESP) Campus Rio Claro. Professor do Programa de Pós Graduação Profissional em Educação – UNIUBE – Campus Uberlândia – Email: sandra.vilasboas@uniube.br
- 3 Doutor em Educação Física pela Universidade de Brasília (UnB). Professor na Universidade do Estado de Minas Gerais – UEMG-Ituiutaba. wesley.silva@uemg.br

Foi pensando em recorrer às aulas de Educação Física e de Estudo Orientado como meio de auxiliar os alunos no entendimento e no aprendizado de Matemática que esta pesquisa começou a ser elaborada. Assim, alguns questionamentos foram surgindo: de que forma, como professor-pesquisador que ministra Educação Física e Estudo Orientado em Matemática, é possível ajudar os estudantes em suas dificuldades matemáticas? Como a abordagem da unidade Esporte/futsal nas aulas de Educação Física pode contribuir para o ensino da Matemática? É viável que, durante as aulas de Estudo Orientado, os estudantes utilizem dados coletados no futsal para aprender Matemática? É possível, nas aulas de Estudo Orientado, os alunos fazerem uso do *scout* para aprender Matemática e utilizar alguma tecnologia digital?

Depois de alguns questionamentos, construímos para esta pesquisa o seguinte objetivo: “Analisar se *scouts* gerados durante a prática de futsal nas aulas de Educação Física contribuem para o ensino e a aprendizagem de Matemática de uma turma do oitavo ano do Ensino Fundamental II”.

2 Fundamentação teórica

2.1 A estatística

O Ensino da Matemática, segundo Ávila (2010, p. 6), “[...] é justificado, em larga medida, pela riqueza dos diferentes processos de criatividade que ele exhibe, proporcionando ao educando excelentes oportunidades de exercitar e desenvolver suas faculdades intelectuais”.

Segundo Rios e Vilas Bôas (2024, p. 20), “[...]muitos alunos têm dificuldade na aprendizagem de alguns conceitos matemáticos, talvez por não compreenderem e não perceberem onde a Matemática é útil na vida, ou pela metodologia utilizada pelo professor” – porém, a Matemática está ao nosso redor, em diferentes demandas sociais do dia a dia.

Dentro do ensino de Matemática na Educação Básica, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) preconiza sobre a Unidade Temática Probabilidade e Estatística, sinalizando que uma importante contribuição da Estatística reside no processo de transformação de dados em informações, proporcionando uma compreensão mais profunda do significado de tais dados. Nesse sentido, a escola básica contribui para que os estudantes desenvolvam habilidades e competências essenciais para análise e interpretação crítica de dados.

Uma vez que a Estatística é ensinada dentro da Matemática, em todas as etapas da Educação, segundo Lopes *et al.* (2023, p. 25), esta área do conhecimento tem um “[...] caráter inter(intra)disciplinar”. Assim, conforme dito pelos autores, o trabalho com a Estatística, nas aulas de Matemática, possibilita intersecções com outras disciplinas (interdisciplinaridade), ou mesmo, com a própria matemática ou estatística (intradisciplinaridade), o que viabiliza explorar diferentes temas atuais e reais, oriundos do cotidiano dos estudantes.

Cabe-nos, neste ponto do texto, apresentar uma definição de Estatística. Para os autores Guimarães e Carvalho (2021, p. 10) “[...] é uma ciência como a matemática, a física, a geografia ou tantas outras. Como ciência, busca desenvolver métodos e técnicas de pesquisa para lidar racionalmente com situações sujeitas a incertezas, isto é, situações não determinísticas”. Os autores destacam que Estatística não indica uma certeza, e sim a probabilidade de ocorrer determinada situação. Refletindo ainda na voz dos pesquisadores, eles destacam que “O estudante deve compreender que a estatística é um potente instrumento para as investigações de fenômenos naturais e sociais” (Guimarães; Carvalho, 2021, p. 12).

Nesse sentido, ressaltamos que, para uma aprendizagem efetiva da referida ciência, é necessário conhecer e ser capaz de desenvolver um processo de investigação estatística – o que nos reporta à compreensão do pensamento estatístico. Assim, buscamos Campos (2017, p. 100), que nos informa: “O pensamento estatístico envolve compreensão do porquê e do como são realizadas as investigações estatísticas. Envolve, também, um modo de pensar que inclui um raciocínio lógico e analítico”. Isso nos mostra que o processo vai além de simplesmente realizar cálculos estatísticos. O aluno precisa compreender o motivo pelo qual as investigações estatísticas são conduzidas, analisando criticamente os resultados obtidos.

Para tal, é importante que as investigações estatísticas emergjam de questões do cotidiano dos estudantes, que poderão perceber aspectos sociais frequentemente negligenciados, mas que exercem forte presença em seu dia a dia. Além disso, ao valorizar atitudes voltadas para a práxis social, os alunos se engajam com a comunidade, transformando reflexões em ações concretas. No entendimento de Campos (2017, p. 26), é necessário que, as aulas de Matemática as quais levam em consideração a Unidade Temática Probabilidade e Estatística, ocupem-se em

[...] possibilitar que a criança compreenda os fenômenos e as práticas sociais expressas em símbolos, signos e códigos em diversas situações, tais como: anúncios, gráficos, tabelas, rótulos e propagandas; envolver a criança no universo da investigação, a partir de situações de seu contexto e que sejam significativas para elas, realizando coletas e organização de dados e apresentando-os em tabelas e gráficos; oferecer situações para que a criança desenvolva a habilidade de elaborar um raciocínio lógico, fazendo uso de recursos disponíveis para propor soluções às questões que surgem em seu cotidiano, seja na escola seja fora dela.

Levando-se em consideração o dito acima, esta pesquisa, a partir do desenvolvimento de aulas de Educação Física, busca problematizar situações reais por meio dos *scouts* de penalidades e, paralelamente, coletar, representar e interpretar dados; analisando resultados; e produzindo conclusões. Dessa forma, é viável ensinar Estatística com foco no desenvolvimento de competências, como propõe a BNCC (Brasil, 2018), possibilitando que o cidadão interprete, produza e comunique informações, manifeste opiniões sobre seus impactos e participe de discussões com argumentos coerentes e baseados em fundamentos científicos.

2.2 O papel que as tecnologias digitais (*software* Excel) assumem no ensino de Estatística

“O mundo contemporâneo, com a expansão das tecnologias digitais, internet e redes sociais, faz emergir inúmeros conjuntos de dados. Vivemos a era dos big data, onde métodos e ferramentas estatísticas continuam sendo primordiais, juntamente com a probabilidade” (Lopes *et al.*, 2023, p. 21).

Nesse íterim, o uso de tecnologias digitais (TD) impacta a cada dia a vida dos cidadãos em mudanças de hábitos, comportamentos e comunicação. As TD repercutem-se na forma de trabalhar, investigar, informar, comunicar e definem a sociedade da informação, descrevendo o processo de transformação fundamentado na utilização da informação para produzir conhecimento e, ao mesmo tempo, podem gerar implicações no âmbito educacional, criando novos cenários de aprendizagem.

A Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) destaca a importância de as tecnologias digitais se integrarem ao contexto escolar para apoiar a prática pedagógica dos professores e promover aprendizagens mais significativas em todas as etapas da Educação. Nessa mesma direção, Lopes e Coutinho (2010) asseveram que o ensino de Probabilidade e Estatística

deve levar em consideração a resolução de problemas estatísticos com o uso de tecnologias, como *softwares* e planilhas eletrônicas e, também, com a realização de experimentos e simulações. Assim, enxergamos o Excel como um recurso valioso para o professor no planejamento e no desenvolvimento das atividades.

Os recursos oferecidos pelo *software*, como fórmulas, tabelas dinâmicas, gráficos e funções estatísticas, que facilitam desde cálculos simples até análises complexas, entre outros recursos, possibilitam aos alunos buscarem soluções de forma prática e interativa. Nessa direção, podemos utilizar as TD como ferramenta para investigações estatísticas que envolvam coleta, organização, tratamento, análise de dados e sua consequente interpretação.

Esse ambiente de aprendizagem pode tornar o ensino da Estatística mais significativo ao tornar possível um aprendizado mais dinâmico, permitindo a simulação de cenários reais e incentivando o desenvolvimento do raciocínio lógico e analítico dos alunos.

2.3 A Educação Física

A Educação Física, segundo a BNCC (Brasil, 2018), é um componente curricular da área de Linguagens, junto a Língua Portuguesa, Língua Inglesa e Arte. Essa área tem como finalidade

[...] possibilitar aos estudantes participarem de práticas de linguagem diversificadas, que lhes permitam ampliar suas capacidades expressivas em manifestações artísticas, corporais e linguísticas, como também seus conhecimentos sobre essas linguagens, em continuidade às experiências vividas na Educação Infantil (Brasil, 2018, p. 63).

As aulas de Educação Física oferecem aos alunos uma gama de possibilidades durante a sua prática corporal, as quais representam mais que uma simples vivência nas atividades, pois são um enriquecimento das experiências, dando a eles um acesso ao vasto universo cultural como, por exemplo: saberes corporais, experiências estéticas, emotivas, lúdicas e agonistas, ofertando aos alunos participarem de modo autônomo no contexto de lazer e saúde. Nos termos da BNCC:

Educação Física é o componente curricular que tematiza as práticas corporais em suas diversas formas de codificação e significação social, entendidas como manifestações das possibilidades expressivas dos sujeitos, produzidas por diversos grupos sociais no decorrer da história. Nessa concepção, o movimento humano está sempre inserido no

âmbito da cultura e não se limita a um deslocamento espaço-temporal de um segmento corporal ou de um corpo todo (Brasil, 2018, p. 213).

De acordo com o referido documento, cada prática corporal oferece ao indivíduo a oportunidade de acessar uma dimensão de conhecimento e experiências que ele não teria de outra forma (Brasil, 2018). A vivência dessas práticas é um meio de gerar um tipo de conhecimento único e insubstituível; dentre elas, neste trabalho desenvolvemos o Esporte, mais precisamente o futsal (futebol de salão).

Por ser um esporte bem popular, a maioria dos alunos adora praticá-lo durante as aulas de Educação Física. Para Branco e Kawashima (2008, p. 1), “[...] o futsal (e o futebol de campo) é o esporte mais popular do Brasil e, por isso, não podemos deixar de destacar sua relevância para a cultura corporal de movimento da escola e sua consequente influência na aprendizagem sociocultural e motora dos alunos”.

Quando o objeto de estudo é o futsal, a técnica e o jogo não podem ser um fim em si mesmos, eles precisam fazer parte de um caminho. O objetivo não é a prática pela prática – antes, os movimentos e as discussões sobre a aula podem auxiliar os alunos no seu desenvolvimento. Para Oliveira, Batista e Santos (2023, p. 2),

[...] a iniciação esportiva no futsal constitui um processo contínuo. Assim sendo, torna-se um desafio ao professor que vai trabalhar essa modalidade na escola, buscar pedagogicamente tratar desse processo que é sistêmico, planejado e estruturado em diferentes estágios e etapas.

A prática do futsal na escola é valiosa por diversos motivos, contribuindo para o desenvolvimento físico, promovendo coordenação motora e saúde, fomentando habilidades sociais e valores. Ademais, a modalidade estimula o pensamento estratégico, a disciplina e a resiliência. Além disso, facilita a inclusão por meio de adaptações. Em conjunto, esses aspectos promovem uma educação holística. Destaca-se ainda sua relevância na integração com a Matemática.

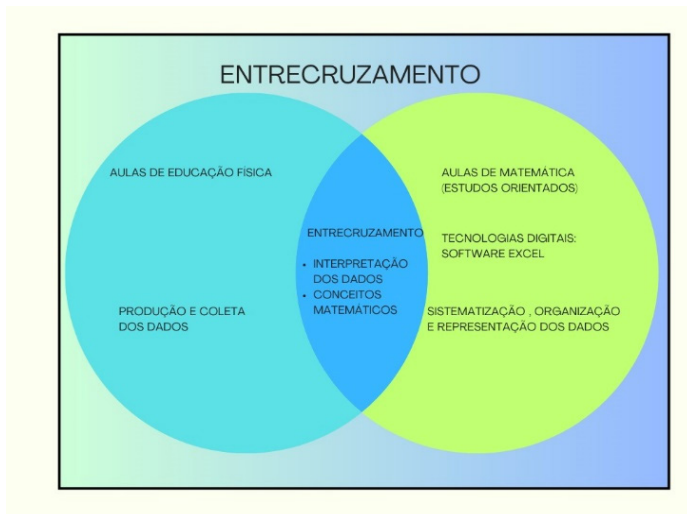
No entanto, as aulas precisam ser repensadas e ressignificadas: o foco é a formação integral do aluno, portanto, a prática docente aplicada à Educação Física pode e deve ser considerada. Somente o jogo de futsal não faz sentido para os alunos, ele precisa ter um objetivo e, nesta pesquisa, o objetivo foi que houvesse um entrecruzamento com outra disciplina, a Matemática.

3 Procedimentos metodológicos

A abordagem metodológica escolhida para compor o desenvolvimento desta pesquisa foi a qualitativa. Participaram dez estudantes do Oitavo Ano Integral do Ensino Fundamental. A abordagem metodológica escolhida para compor o desenvolvimento desta pesquisa foi a qualitativa. Participaram dez estudantes do Oitavo Ano Integral do Ensino Fundamental na modalidade participante.

A Figura 1 representa como aconteceu o entrecruzamento de Educação Física e Matemática por meio de coleta de dados e conceitos.

Figura 1 - Entrecruzamento entre Educação Física e Matemática



Fonte: Rios (2024, p. 74).

Os dados resultaram da pesquisa de campo, realizada durante o ministério dos Fundamentos de futsal, sendo organizados e analisados nas aulas de Estudo Orientado consoante à triangulação de dados-métodos-conhecimento entrelaçados de Matemática e Educação Física. Os alunos fizeram uso de diário de bordo para registrar sua opinião sobre as aulas. Foram utilizadas uma aula de Educação Física e três aulas de Estudo Orientado para a realização deste projeto

4 Desenvolvimento: contexto de investigação *matemática e futsal – da quadra para a sala de aula*

4.1 Disputa de penalidades

A ação começou com o professor-pesquisador explicando como seria realizada a atividade. Foram formados dois grupos, cada um com quatro pessoas (faltaram dois alunos no dia desta atividade), sendo um grupo com os meninos e outro com as meninas, conforme solicitado por eles. O formato seria todos contra todos, do mesmo grupo. Sendo assim, os meninos jogariam contra os meninos e as meninas, contra as meninas.

Para a segunda rodada, a aluna Passos apresentou uma dúvida: “A gente tem que trocar?”. Explicamos que sim, afinal, todos deveriam jogar contra todos, portanto, não poderiam repetir os adversários. **Passos:** “Agora eu vou colocar ‘eu’ com a Barboza”. **Espinete:** “Eu com a Oliveira”. Por meio dessas falas, percebemos que as alunas haviam compreendido o processo de construção de uma tabela de jogos. Para verificar como os demais alunos estavam assimilando o processo de construção da tabela, indagamos: “Quantas penalidades cada aluno irá cobrar?”.

Passos: *Nós vamos dar dez chutes.*

Professor-pesquisador: *Por que dez chutes?*

Passos: *Se for três cada ou vai ser um cada?*

Oliveira: *Três, né?*

Professor-pesquisador: *Não, uma chance só, não: três chances para cada.*

Passos: *Então, se três chances em cada jogo, é dez, uai!*

Professor-pesquisador: *Quantos jogos cada um vai fazer?*

Oliveira: *Três.*

Professor-pesquisador: *Então, são três jogos para cada, se cada jogo vocês vão bater três pênaltis, quantos pênaltis cada uma vai bater?*

Silva: *Doze.*

Professor-pesquisador: *Olha, meninos e meninas, vamos pensar. Nós temos três pênaltis em cada e quantos jogos vocês irão ter cada um?*

Oliveira: *Três.*

Silva: *Então, é doze.*

Professor-pesquisador: *Então, quantos pênaltis cada um vai bater?*

Silva: *Doze.*

Espinete: *Quinze.*

Oliveira: *Seis.*

Professor-pesquisador: Não chuta, vamos pensar e calcular.

Silva: *Três, seis, nove [fez a conta de três em três].*

Professor-pesquisador: *Parabéns, Silva! Nove pênaltis cada um vai bater.*

Nos diálogos estabelecidos, fica evidente a importância do professor nos processos de ensino e de aprendizagem dos alunos, ao mediar as discussões sobre o erro da aluna Passos. Nesse sentido, concordamos com Grymuza (2015, p. 66), pois

[...] o erro faz parte do processo de ensino e tem papel fundamental da prática do professor em sala de aula. Corrigir um aluno pode ser, simplesmente, dizer que ele está errado; dizer a ele que está errado e mostrar a forma correta; dizer a ele que está errado, mostrando o porquê do erro; ou questioná-lo o porquê, por exemplo, de determinada resolução ou resposta, deixando que ele mesmo chegue à conclusão sobre o que está errado, mas, ao mesmo tempo, abrir caminho para o acerto.

É nessa direção que acreditamos que o professor tem a função de mostrar o caminho aos alunos, não apenas respondendo – é preciso fazer com que o aluno saia da sua zona de conforto e comece a raciocinar.

4.2 Construção de gráfico no papel: preparando para as tecnologias digitais

Visando uma melhor compreensão dos estudantes sobre o que iriam realizar utilizando o *software* Excel, consideramos importante construir com eles os gráficos em papel quadriculado. Assim, os alunos utilizaram os dados obtidos na disputa de penalidades para construir gráficos com gols marcados (GM) e gols sofridos (GS). A importância dessa escolha se faz refletida em Falcão (2019, p. 71), quando nos informa que a Matemática precisa ser abordada segundo conceitos relativos a “[...] metodologias e estratégias didático-pedagógicas diversificadas capazes de trabalhar com as necessidades de diferentes grupos de alunos, suas famílias, cultura de origem, suas comunidades e grupos de socialização”.

Durante a realização da atividade, os alunos tiveram algumas dificuldades por não haver compreendido totalmente alguns conceitos, por exemplo, gols sofridos, como fica explícito no diálogo a seguir.

Professor-pesquisador: *A Passos perguntou: “O que é gol sofrido?”.*

Oliveira: *Que não acertou.*

Silva: *Que você erra ou o goleiro defende.*

Professor-pesquisador: *Não, gente, o que são gols sofridos?*

Passos: *O que não acerta.*

Silva: *Quando você erra.*

Santos: *Quando sofre o gol, uai.*

Professor-pesquisador: *Quando sofre o gol, quando você leva o gol, a pessoa fez o gol em você.*

Passos: *Ah, tá, entendi, então eu sou goleiro...*

Professor-pesquisador: *Por exemplo, você jogou com a Espinete, quantos gols você sofreu? Ficou dois a dois o jogo.*

Espinete: *Dois.*

Professor-pesquisador: *Porque ela fez dois gols, você sofreu os dois gols.*

Passos: *Ah, entendi.*

Professor-pesquisador: *Todo mundo entendeu o que são gols sofridos?*

Silva: *Sim.*

Professor-pesquisador: *E gols marcados?*

Oliveira: *O que fez gol.*

Após o diálogo, os alunos conseguiram desenvolver a atividade proposta, pintando os quadrados referente aos gols marcados e sofridos.

Durante as outras anotações, conforme os resultados iam sendo ditados, ficou visível que eles absorveram os significados de GM e GS. Isso nos mostra que, quando o conteúdo faz sentido ao aluno, ele tende a compreendê-lo, pois vimos que o conteúdo curricular foi associado a situações concretas e os alunos conseguiram entendê-lo de maneira significativa. “Nesse sentido as abordagens pedagógicas e metodológicas precisam se ajustar cada vez mais às demandas contemporâneas da sociedade, pois estamos a todo tempo visualizando as informações” (Lopes; Vilas Bôas, 2024, p. 147).

Professor-pesquisador: *Vamos lá! Próximo jogo foi a Barboza, ela fez três gols. Então, onde vocês irão pintar os três gols da Barboza: nos gols marcados (GM) ou nos gols sofridos (GS)?*

Santos: *GM.*

Espinete: *Dois?*

Professor-pesquisador: *Três! Ela fez três gols, três quadrinhos, são isso?*

Santos: *Sim.*

Professor-pesquisador: *Então, pode marcar, e ela fez três gols em quem? Então, na Oliveira. Vocês vão pintar o gol marcado ou gol sofrido?*

Santos: *Sofrido.*

Professor-pesquisador: *Quantos gols que a Barboza fez? Três.*

Espinete: *Quantos gols que a Oliveira fez?*

Professor-pesquisador: *A Oliveira não fez nenhum gol. Vai pintar algum quadrinho?*

Oliveira e Espinete: *Não.*

Com a finalização das anotações, os alunos terminaram a primeira rodada da disputa de penalidades das meninas. Fiz algumas perguntas com o objetivo de averiguar o aprendizado deles em relação à interpretação de gráfico.

Professor-pesquisador: *Ó, terminou a primeira rodada. Olhando aí, para o gráfico, vocês sabem quem ganhou, quem perdeu, quem empatou na primeira rodada, sim ou não? Quem empatou na primeira rodada?*

Professor-pesquisador: *Teve alguém que marcou três gols?*

Barboza: *Sim, eu.*

Professor-pesquisador: *Só a Barboza?*

Passos: *A Barboza, o Nauam, o Silva e o Santos.*

Professor-pesquisador: *Ah, então 'tá! Alguém que não marcou nenhum gol?*

Barboza e Passos: *A Oliveira.*

Professor-pesquisador: *Então 'tá! Então, vocês estão conseguindo olhar aí, saber o resultado, olhando para um gráfico? Vocês estão sabendo interpretar o resultado, já estão aprendendo agora?*

Neste momento, alguns alunos, como Barboza e Espinete, balançaram a cabeça, afirmando que estavam entendendo; porém, para outros ainda estava um pouco confusa a questão de ver e interpretar dados no gráfico. Na sequência explicamos que, em um campeonato de futsal, a equipe vencedora ganha três pontos, a equipe que perdeu não ganha nenhum ponto e, quando acontece um empate no jogo, as duas equipes ganham um ponto cada. Ficou combinado que no caso das disputas de penalidades o critério a ser usado seria esse, também.

Durante as anotações de GM e GS, foi feita uma tentativa de marcar os pontos das disputas de penalidades, porém, os alunos apresentaram muita dificuldade em realizar essa marcação numa anotação simultânea à dos gols e optamos por primeiro continuar marcando apenas os GM e os GS e, após o término das anotações, realizar a pontuação dos alunos. Verificando-se os gols marcados e sofridos, os alunos conseguiram desenvolver bem a atividade. Quando perguntados sobre em qual local deveriam anotar os gols, todos participaram e ficou claro que estavam entendendo a atividade desenvolvida. Questionados a respeito da pontuação do Silva:

Professor-pesquisador: *Ele empatou o primeiro jogo, de 3 a 3. Quantos pontos ele ganha?*

Passos: *Um.*

Professor-pesquisador: *Depois, do Henrique ele ganhou. Marca mais quantos pontos?*

Oliveira, Espinete, Santos e Passos: *Três.*

Professor-pesquisador: *Mais três, quantos pontos que já deu, então?*

Oliveira e Passos: *Quatro.*

Professor-pesquisador: *No último jogo ele perdeu. Então, ele ficou com quantos?*

Espinete, Passos, Santos, Oliveira: *Quatro.*

Após os alunos anotarem os pontos de todos os jogadores, perguntamos: “Olhando aí, quem marcou mais pontos?”. Os alunos responderam que houve empate entre Passos e Santos, e quando foi questionado quem marcara menos pontos, os alunos responderam: “Nauam”. As respostas estavam corretas, o que nos faz inferir que os alunos compreenderam como se organiza um quadro com a pontuação.

Na segunda aula, foi entregue aos estudantes outra folha quadriculada para a realização da atividade proposta, qual seja, construir um gráfico contendo os dados sobre os gols [convertidos] e os erros [defesas

que o goleiro fez e chutes para fora do gol].. A Figura 2 apresenta o quadro com a marcação dos dados, em que “x” representa erro e “o”, acerto; e o gráfico construído pelos alunos.

Figura 2 – Alunos preenchendo o gráfico com os gols [convertidos] e os erros



Fonte: Rios (2024, p. 113).

Após a conclusão do preenchimento do gráfico, chegou o momento de interpretá-lo: “Quem fez mais gols?”. Todos os alunos conseguiram perceber e responderam: “O Henrique”. Portanto, mesmo a Passos tendo errado mais, eles conseguiram localizar no gráfico a informação de acertos, ou seja, gols, e responderam corretamente.

Posteriormente os alunos registraram no diário de bordo a sua visão sobre as aulas.

Nascimento: *Fizemos um gráfico para saber a pontuação de gols marcados e gols sofridos. Foi interessante, mas, foi confuso. No final do gráfico foi fácil saber quem ganhou e quem perdeu, foi legal. Ele nos ensinou muito.*

Oliveira: *Construção do gráfico dos gols sofridos, dos pontos, quem tem mais pontos e quem tem menos pontos. Eu gostei mais ou menos, o começo foi embaralhado, mas depois eu entendi.*

Nas anotações de Nascimento e Oliveira, fica evidente a dificuldade que os alunos tiveram para anotar o gráfico de GM, GS e pontos,

concomitantemente. Para facilitar aos alunos, optamos pela construção de dois gráficos: um representaria GM e GS e outro, a pontuação.

5 Construção dos gráficos no Microsoft Excel: as tecnologias digitais em ação

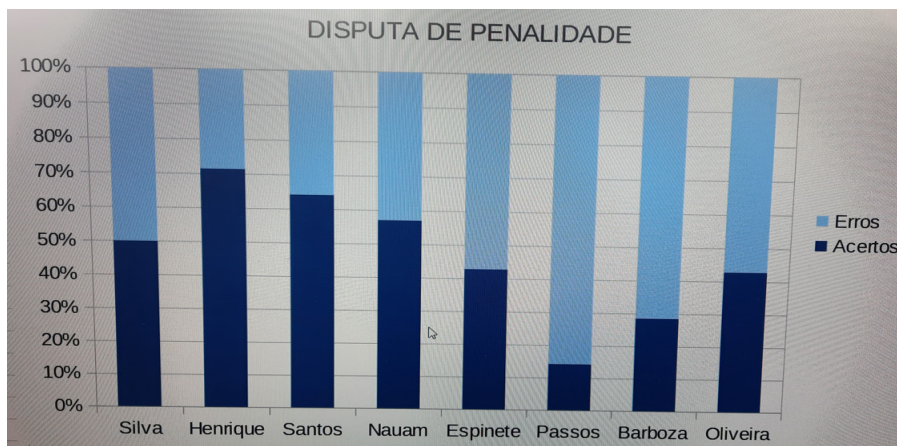
A eficiente organização dos dados não apenas facilita a análise descritiva, a seleção de medidas estatísticas e a compreensão da distribuição, mas também pode estimular a análise crítica, permitindo incentivar os alunos a pensarem criticamente sobre diferentes representações. Ademais, a integração com a tecnologia aprimora a compreensão dos dados.

Iniciamos investigando *a priori* o que os alunos sabiam sobre o Microsoft Excel. Essa aula aconteceu no Laboratório de Informática da escola. Questionamos os alunos se algum deles já tinha conhecimento sobre o Excel e todos disseram que “Não”, corroborando o que dissera Desmurget (2021, p. 24) sobre a “baixa competência digital”, uma vez que “[...] em grande parte, esses jovens sofrem para dominar as competências de informática mais rudimentares: criar parâmetros de segurança nos terminais; utilizar os programas funcionais habituais processador de texto, planilhas, etc.”. Alguns alunos não conseguiam nem mesmo desligar o computador de forma correta. Durante a maior parte do processo de construção dos gráficos, eles necessitaram de algum tipo de suporte para conseguir realizar a atividade.

A primeira atividade consistiu na construção de um gráfico de coluna empilhado, representando erros e acertos relativos às penalidades cobradas na aula de Educação Física. O objetivo foi criar uma visualização para os dados, de tal forma que os alunos pudessem comparar as porcentagens.

Conforme Lopes *et.al* (2023, p. 27), no momento da organização dos dados, é importantíssimo identificar as variáveis para compreender a natureza da pesquisa. Nesse sentido, os procedimentos para entrada dos dados foram os seguintes: os alunos digitaram nas células “A2” até “A9” o pseudônimo de todos os participantes; na célula “B1” a palavra “Acertos”, referindo-se aos gols convertidos; e na célula “C1” eles digitaram “Erros”, fazendo uma alusão aos gols não convertidos. Na sequência, anotaram os valores que eram ditados para eles. Quando terminaram de digitar, haviam aprendido a criar uma tabela com esses dados para em seguida criar o gráfico (Figura 3).

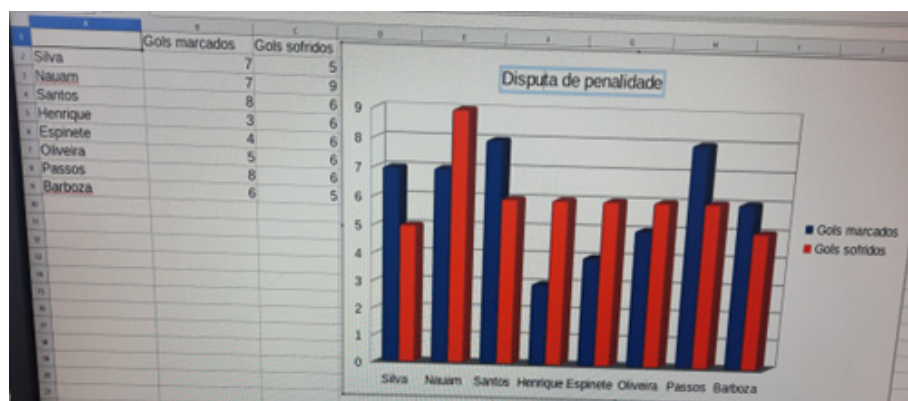
Figura 3 – Gráfico de coluna empilhado construído pelos alunos



Fonte: Rios (2024, p. 117).

Durante a construção, os alunos não questionaram muito, visto que não tinham conhecimento do Excel. Após analisar e comparar os resultados obtidos, disseram que construir um gráfico no computador é mais fácil do que em uma folha. Após esse exercício, eles abriram uma nova planilha para elaborar o gráfico de gols marcados e gols sofridos [resultados da disputa de penalidades]. Essa nova atividade possibilitou aos alunos conhecerem um pouco mais o funcionamento do *software*, visto que, como não usam muito o computador para fins educacionais, não apresentam algumas habilidades referentes a essa tecnologia.

“A utilização do Excel nas aulas de Estatística pode auxiliar o professor no planejamento e execução das atividades propostas, fazendo com que os alunos busquem soluções utilizando os recursos oferecidos pelo *software*, como por exemplo simulação de gráficos” (Lopes; Vilas Bôas, 2024, p. 146). Levando em consideração o que é preconizado pelas pesquisadoras, para a construção do gráfico os alunos realizaram simulações com outros tipos de gráficos e chegaram à conclusão de que o gráfico de coluna de dupla entrada representa melhor a distribuição (Figura 4).

Figura 4 – Gráfico de coluna construído pelos alunos utilizando o software Excel⁴

Fonte: Rios (2024, p. 118).

Importante conhecer o que alunos consideraram sobre a avaliação. Nesse sentido, solicitamos que fizessem anotações do diário de bordo, acerca da atividade realizada:

Silva: *Nós fizemos construção de gráfico, 2 gráficos. Eu gostei de gráficos de %, é mais fácil fazer no computador do que na folha quadriculada. Eu aprendi a interpretar gráfico.*

Nauam: *Nós fizemos gráficos e fizemos dois gráficos. Gostei mais de coluna 3D. Eu achei mais fácil fazer no computador do que na folha quadriculada.*

A construção de gráficos ajuda na visualização e na comparação de dados, aprimorando a habilidade dos alunos em análise de dados e apresentação visual. A construção de gráficos utilizando elementos reais das atividades de futsal é uma maneira eficaz de ensinar interpretação de dados. Ao fazer isso, os alunos aprenderam a traduzir dados brutos em representações visuais, o que facilita a compreensão e a análise das informações. A construção de gráficos no papel ajuda a solidificar o entendimento antes de se passar para ferramentas digitais. A utilização do *software* Excel para construir gráficos permitiu que os alunos se familiarizassem com uma ferramenta tecnológica amplamente utilizada no mercado de trabalho.

⁴ Nesta aula nove alunos participaram e um não compareceu.

6 Considerações finais

Nesta pesquisa, o entrecruzamento se manifestou de forma notável entre as aulas de Educação Física, com ênfase nas atividades de disputa de penalidades, e a Matemática. Durante as aulas de Educação Física, os alunos não apenas participaram ativamente na produção e na coleta de dados – *scouts* –, mas também se envolveram na análise quantitativa do desempenho esportivo, especialmente durante as disputas de penalidades no futsal. Tal integração, além de tornar o aprendizado mais prazeroso, oferece aos alunos uma aplicação prática e contextualizada dos conceitos matemáticos. A atividade aqui apresentada também promoveu o aprendizado de habilidades básicas de informática, essenciais nos dias de hoje.

Por fim, ao final da pesquisa, com os resultados já concretizados e seguindo as normativas que regem o Mestrado Profissional, foi produzido um *e-book*, intitulado *Matemática e Futsal: Conexões em Movimento* (Rios; Vilas Bôas, 2024), no qual consta uma síntese dos fundamentos teóricos da pesquisa e um roteiro das atividades desenvolvidas.

Referências

ÁVILA, G. S. S. **Várias faces da matemática**: tópicos para licenciatura e leitura geral. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

BRANCO, M. F.; KAWASHIMA, L. B. A pedagogia do futsal no contexto educacional da escola. **Efdeportes Revista Digital (Online)**, n. 119, 2008. Disponível em: [https://www.efdeportes.com/efd119/a-pedagogia-do-futsal.htm#:~:text=Atrav%C3%A9s%20do%20jogo%2C%20a%20sociedade,outros%20\(BALBINO%2C%202002\).](https://www.efdeportes.com/efd119/a-pedagogia-do-futsal.htm#:~:text=Atrav%C3%A9s%20do%20jogo%2C%20a%20sociedade,outros%20(BALBINO%2C%202002).) Acesso em: 21 fev. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

CAMPOS, S. G. V. B. **Sentido de número e Estatística**: uma investigação com crianças do 1º Ciclo de Alfabetização. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2017. Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UNSP_8ff7d3cd08733ede53f3e9d835fc7579. Acesso em: 30 maio 2024.

DESMURGET, M. **A fábrica de cretinos digitais: os perigos das telas para nossas crianças**. São Paulo: Vestígio, 2021.

FALCÃO, G. C. Ensino da matemática convergente com a BNCC 2017: uma análise de experiências exitosas. **CoInspiração** - Revista dos Professores que Ensinam Matemática (Online), v. 2, n. 1, 2019. Disponível em: <https://sbemmatogrosso.com.br/publicacoes/index.php/coinspiracao/article/view/50>. Acesso em: 13 mar. 2024.

GRYMUZA, A. M. G. **Gráficos e tabelas no ensino fundamental: uma análise com base em elementos da Teoria da Atividade**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2015. Disponível em: https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/tede/7726?locale=pt_BR. Acesso em: 8 fev. 2024.

GUIMARÃES, G. L.; CARVALHO, J. I. F. de. Pesquisa como eixo estruturador do ensino de Estatística e Probabilidade. *In*: GUIMARÃES, G. L.; CARVALHO, J. I. F. de (Orgs.). **Estatística e Probabilidade na Escola**. Recife: Editora UFPE, 2021.

LOPES, C. E.; COUTINHO, C. D. Q. E. S. **Estudos e Reflexões em Educação Estatística**. Campinas: Mercado das Letras, 2010.

LOPES, T. O.; VILAS BÔAS, S. G. Preconceito racial no futebol: uma interface com o ensino de Estatística no 5º ano do Ensino Fundamental I. **Paidei@ Revista Científica de Educação a distância**, v. 16, n. 32, 2024. Disponível em: <https://periodicos.unimesvirtual.com.br/index.php/paideia/article/view/1667>. Acesso em: 20 mar. 2025.

OLIVEIRA, U.; BATISTA, G. S.; SANTOS, F. S. dos. O ensino do futsal através dos jogos na educação física escolar. **Corpoconsciência (Online)**, v. 27, 2023. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/corpoconsciencia/article/view/16605>.

RIOS; E. T. **O entrecruzamento das aulas de Educação Física com o ensino de Matemática: um estudo com uma turma do Oitavo Ano**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) – Universidade de Uberaba, Uberlândia, 2024.

RIOS; E. T.; VILAS BÔAS; S. G.; **Matemática e Futsal: conexões em movimento**. São Paulo: Editora Akademy, 2024. Disponível em: <https://www.akademyeditora.com.br/assets/ebooks/akademy-ebook-matfutsal.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2025.

VILAS BÔAS, S. G. Sentido de número e estatística: uma investigação com crianças do primeiro ano do Ensino Fundamental. *In*: PERIN,

A. P. e PITA, A. P. G. **Contribuições para a educação estatística: a trajetória acadêmica do grupo de pesquisa de Rio Claro.** Taubaté: Editora Akademy, 2020.

Sobre os autores



Edmar Tiago Rios: Mestre em Educação: Formação Docente para a Educação Básica pela Universidade de Uberaba (2024); Pós-graduado (lato sensu) em Educação Especial com ênfase em Deficiência Mental pela Faculdade Integrada de Jacarepaguá – FIJ (2008); Musculação e Personal Training pela Faculdade Mogiana do Estado de São Paulo – FMG (2017). Graduado em Educação Física (Licenciatura plena) pelo Centro Universitário de Rio Preto – UNIRP/São José do Rio Preto - SP (2006). Graduado em Educação Física (Bacharelado) pelo Centro Universitário de Rio Preto – UNIRP / São José do Rio Preto - SP (2008). Graduado em Pedagogia pela Faculdade de Pinhais – FAPI/Pinhais - PR (2011). Tem experiência como docente na Educação Infantil, anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio, Superior e Gestão Escolar. Atualmente, professor de Educação Física nos CMEI Dona Mençora e Santo Antônio, na P.E.M. Maísa Ferreira Passuelo Vasconcelos, na E.M. Marechal Castelo Branco e na escola estadual Professora Maria do Carmo Pires Rosa, em Fronteira-MG.



Sandra Gonçalves Vilas Bôas: É doutora em Educação Matemática pelo PPGEM Programa de Pós Graduação em Educação Matemática da UNESP - Universidade Estadual Paulista Julio Mesquita Filho, campus Rio Claro (2017). Possui graduação em Matemática pelo Instituto Superior de Ensino e Pesquisa de Ituiutaba (1985) e Pós Graduação Lattus Sensus em Matemática Pura e Aplicada (1999) e Estatística Aplicada (2003), ambas pela Universidade Federal de Uberlândia e Mestrado em Educação pela Universidade Federal de Uberlândia (2007). Faz parte dos grupos de pesquisas FORDAP/UNIUBE e GPEE/UNESP. Realiza pesquisas em Educação Estatística e Educação Matemática e Tecnologias digitais ligadas a educação. Volta-se para os processos de prática pedagógica, ensino e aprendizagem e processos formativos de professores que ensinam matemática. Atualmente é

professora aposentada da Prefeitura Municipal de Uberlândia e Professora titular do Programa de Pós Graduação Profissional em Educação: Mestrado e Doutorado da UNIUBE- Campus Uberlândia, onde é membro titular do colegiado e do Comitê de ética e coordenadora da linha de pesquisa “Práticas docentes para Educação Básica”.



Wesley Marques da Silva: Possui graduação em Educação Física pelo Centro Universitário do Triângulo (UNITRI - 2006), especialização em Educação Física Escolar pela Universidade federal de Lavras (UFLA - 2009), mestrado em Educação Física pela Universidade Metodista de Piracicaba (UNIMEP - 2013), e doutorado em Educação Física pela Universidade de Brasília (UnB

- 2023). Atuou como docente na rede municipal na cidade de Frutal MG, além de experiência no ensino superior nas instituições UNIFEB - Barretos SP, no curso de Educação Física, UNIESP - Faculdade Frutal, no curso de Pedagogia e UNITAU - Taubaté SP, no curso de Educação Física, EAD pólo Frutal MG, atualmente é professor efetivo na rede básica estadual de MG e no ensino superior no curso de Educação Física na Universidade do Estado de Minas Gerais - UEMG. É membro do colegiado no curso de Educação Física, e membro da Câmara Departamental do Departamento de Saúde e Psicologia - DSP/UEMG. Participou como membro do extinto GPL - Grupo de pesquisa em lazer, NEFEF - UFSCAR - Núcleo de estudos de fenomenologia em Educação Física, GELC - Grupo de estudos e pesquisa em lazer, práticas corporais e cultura, LabDim - UEMG. Atualmente possui vínculo com os grupos de pesquisa GEPELC -UFG e com o Núcleo de Estudos e Pesquisas Sobre Práticas Corporais, Corporeidade e Mídias - UEMG. É editor associado na Revista Saúde, Corpo e Movimento.

FAÇAM SUAS APOSTAS! USO DO JOGO DIGITAL BATALHA COM DADOS PARA A APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE

Iuly Kristina Silva Avelar¹

Keli Cristina Conti²

1 Introdução

Ainda como licencianda em Matemática, uma das pesquisadoras teve a oportunidade de iniciar a docência, em 2018, em escolas estaduais nos municípios da região metropolitana de Belo Horizonte, em turmas de Ensino Fundamental II e Ensino Médio. Por meio dessas experiências, fortaleceu-se a percepção de que muitos estudantes utilizam os smartphones em sala de aula principalmente para ouvir música ou acessar redes sociais. Também ficou evidente a falta de interesse dos estudantes quando os conteúdos são trabalhados de forma tradicional, com o uso de giz, pincel, lousa e livro didático. Para esses estudantes, que cresceram em meio às tecnologias digitais, essa abordagem tende a ser pouco atrativa. Por outro lado, foi possível observar maior engajamento quando foram utilizados materiais manipulativos, jogos (analogicos ou digitais), sites e outros recursos interativos em sala de aula.

Identificaram-se, ainda, algumas das dificuldades enfrentadas pelos estudantes em relação aos conteúdos iniciais da Matemática. Observou-se uma maior dificuldade com a leitura e interpretação de dados, tanto na análise de gráficos e tabelas ou com uso de probabilidade em situações do cotidiano. Também foi possível reconhecer que o uso da tecnologia, especificamente os jogos digitais, podem ser um aliado em sala de aula tanto dos professores quanto do processo de ensino e de aprendizagem. Ademais, tornou-se evidente a dificuldade no raciocínio probabilístico, por parte dos estudantes, quando a temática não é trabalhada desde os Anos Iniciais eventualmente podendo se transformar em um problema

1 Mestra em Educação e Docência. Professora da rede municipal de Belo Horizonte e Contagem. iulysavelar@gmail.com

2 Doutora em Educação. Professora na Universidade Federal de Minas Gerais. keli.conti@gmail.com

maior, afetando não somente a vida acadêmica do estudante, mas também a sua vida pessoal.

Além disso, vivemos em uma sociedade marcada por rápidas transformações tecnológicas, em que constantemente surgem versões mais atualizadas ou novas linguagens de programação, sistemas operacionais, *softwares*, aplicativos, redes sociais, jogos e dispositivos eletrônicos, como computadores, smartphones, câmeras, microfones, notebooks, tablets, dentre outros. Nesse âmbito, o uso das tecnologias digitais móveis, como smartphones e tablets vem recebendo destaque entre os pesquisadores e professores, com enfoque no ensino de Matemática. Borba *et al.* (2016) afirmam que as características que estes dispositivos apresentam, “como portabilidade, disponibilidade, acesso à internet e ampla aceitação pelos estudantes” (BORBA *et al.*, 2016, p. 224), fazem com que possibilitem levar o ensino de matemática para fora das paredes da sala de aula.

Deste modo, surgiu o interesse de pesquisar sobre o uso dos jogos digitais abordando Probabilidade com estudantes do 5.º ano do Ensino Fundamental. Nosso contexto mais amplo, uma pesquisa de mestrado, realizada pela primeira autora sob orientação da segunda, teve como objetivo geral analisar a efetividade do uso de um jogo digital no ensino de conceitos de Probabilidade para estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental e como questão buscamos responder à questão: como o jogo Batalha com Dados pode auxiliar os estudantes na compreensão de conceitos de Probabilidade?

Este artigo/capítulo apresenta parte da pesquisa e abordará alguns aspectos sobre a importância do ensino de Probabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental numa perspectiva de letramento, destacando a sua relevância na formação dos estudantes e apresentando parte do trabalho de campo, que trata das primeiras apostas dos estudantes durante o jogo Batalha com dados. Acrescenta-se, ainda, uma ênfase ao valor pedagógico dos jogos, em especial os digitais, como ferramenta educativa, evidenciando, ainda que brevemente, seu potencial para o desenvolvimento da aprendizagem da Probabilidade.

No mesmo sentido, no decorrer da história das tecnologias digitais em Educação Matemática, inúmeras atividades matemáticas foram e estão sendo elaboradas com o uso de tecnologias digitais. Desse modo, compreendemos a importância de explorar recursos inovadores de uma tecnologia educacional, suas formas de uso e suas potencialidades em uma perspectiva educacional (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2021).

2 Fundamentação teórica

O pensamento probabilístico, de acordo com Toledo e Lopes (2019), refere-se à forma como as crianças pensam sobre as possibilidades, ou seja, as suas percepções de chance. Possibilidade refere-se à existência de uma ou mais opções ou eventos que podem ocorrer. Ela indica a capacidade ou viabilidade de algo acontecer, sem especificar a chance quantitativa desse evento ocorrer. A possibilidade não está necessariamente ligada a um cálculo estatístico ou numérico, mas sim à existência de opções viáveis. Por outro lado, a probabilidade é uma medida numérica que expressa a chance de um evento ocorrer, para Godino, Batanero e Cañizares (1996) apud Toledo e Lopes (2019) a probabilidade é:

a parte da Matemática que estuda os fenômenos aleatórios, sendo uma maneira de medir a incerteza. Está presente em situações cotidianas; portanto, seu estudo proporciona o contato com a incerteza, levando a reflexões úteis, oportunizando a aplicação de conhecimentos matemáticos nos problemas encontrados ao longo da vida dos estudantes (GODINO; BATANERO; CAÑIZARES, 1996, apud TOLEDO; LOPES, 2019, p. 42).

Logo, a possibilidade refere-se à existência de opções ou eventos, enquanto a probabilidade é uma medida quantitativa da chance de um evento ocorrer. A possibilidade é uma condição mais geral, enquanto a probabilidade é uma medida mais específica e numérica relacionada à chance de ocorrência de um evento.

A BNCC, com relação ao ensino de Probabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, aponta que o intuito é “promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos” (BRASIL, 2017, p. 276). O documento indica, portanto, que os primeiros passos a serem desenvolvidos com os estudantes estão em torno da ideia de aleatoriedade, levando-os a compreender que existem eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis. Van de Walle (2009), chama a atenção à necessidade de que ocorra um notável desenvolvimento dos conceitos realísticos de chance e azar antes das crianças estarem preparadas para desenvolver as ideias formais a respeito da probabilidade de um evento futuro.

Batanero e Díaz (2007) enfatizam que as crianças ou os adultos não escolarizados utilizam expressões qualitativas, como “provável” e “improvável”, no seu cotidiano, para expor suas crenças a respeito da ocorrência de eventos aleatórios, indicando que, desde cedo, as ideias intuitivas da probabilidade os acompanham. No entanto, frequentemente,

as pessoas podem ser influenciadas por emoções, crenças pessoais ou percepções subjetivas ao estimar a probabilidade de ocorrência de um evento. Dessa forma, os indivíduos tendem a avaliar a probabilidade de um evento com base em questões pessoais, intuições ou experiências individuais, em vez de utilizar dados e análises objetivas.

A BNCC sinaliza que é essencial que os estudantes dos Anos Iniciais oralizem por meio de “eventos que envolvem o acaso, os resultados que poderiam ter acontecido em oposição ao que realmente aconteceu, iniciando a construção do espaço amostral” (BRASIL, 2017, p. 276), o que é consonante com Van de Walle, que defende que o desenvolvimento do letramento probabilístico “ocorre melhor quando as crianças consideram e discutem com seus pares os resultados de uma ampla variedade de situações probabilísticas” (2009, p. 509). Além disto, a BNCC tem como objetos de conhecimento, em torno do ensino da Probabilidade, para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, as

noções de acaso; ideia de aleatório em situações de cotidiano; ideia de acaso em situações de cotidiano/espaco amostral; análise de chances de eventos aleatórios; espaço amostral - análise de chances de eventos aleatórios; cálculo de probabilidade em eventos equiprováveis (BÔAS; CONTI, 2018, p. 994).

A partir dos objetos de conhecimentos, indo ao encontro do que afirma Van de Walle (2009), torna-se esperado o desenvolvimento de um letramento probabilístico que se inicia com foco na exploração e não nas regras ou nas definições formais. Assim, “se bem conduzidas, essas experiências informais fornecerão uma base útil da qual ideias mais formais podem ser desenvolvidas” (VAN DE WALLE, 2009, p. 509).

Concordamos com Van de Walle (2009) que, quando apresentados a um embate entre os enfoques ou as explorações das situações probabilísticas, os estudantes não terão dificuldade em mudar seu raciocínio inicial para um raciocínio mais formal nos Anos Finais do Ensino Fundamental, ou seja, a construção dos conceitos pelos estudantes é realizada de maneira que favoreça a sua aprendizagem futura no campo dos cálculos de probabilidades, resultando em um maior grau de “letramento probabilístico”.

2.1 Letramento probabilístico

Para Gal (2005, p. 46), letramento é um termo que “tem sido tradicionalmente associado ao nível de habilidades de leitura e escrita

que as pessoas precisam para um funcionamento mínimo na sociedade”. Portanto, o letramento probabilístico é necessário na vida adulta, devido ao fato de que “o conhecimento da probabilidade é relevante principalmente para o funcionamento nos domínios pessoal, comunitário e social, em que as situações requerem interpretação de declarações probabilísticas, geração de julgamentos de probabilidade ou tomada de decisão” (GAL, 2005, p. 49).

Com base em Gal (2002) ao descrever “um modelo de letramento estatístico”, Gal (2005) apresenta o que denomina como “um modelo de letramento probabilístico” (Quadro 1), em que indica os elementos de conhecimento e os elementos de disposição com o intuito de auxiliar na construção do pensamento probabilístico de adultos e estudantes:

Quadro 1: Um modelo de letramento probabilístico

Elementos de conhecimento

1. Grandes ideias: Variação, aleatoriedade, independência, previsibilidade/incerteza.
2. Cálculo de probabilidades: Maneiras de encontrar ou estimar a probabilidade de eventos.
3. Linguagem: Os termos e métodos usados para comunicar sobre o acaso.
4. Contexto: Compreender o papel e as implicações das questões e mensagens probabilísticas em vários contextos e no discurso pessoal e público.
5. Questões críticas: Questões para reflexão ao lidar com probabilidades.

Elementos de disposição

1. Postura crítica.
2. Crenças e atitudes.
3. Sentimentos pessoais em relação à incerteza e ao risco (por exemplo, aversão ao risco).

Fonte: Gal (2005, p. 4)

Nesse quadro, o autor apresenta os elementos de disposição separadamente dos elementos de conhecimento com intuito de proporcionar uma apresentação mais clara. No entanto, é importante ressaltar que, ao serem desenvolvidos, é crucial que todos esses elementos interajam entre si para tornar possível alcançar o desenvolvimento do pensamento probabilístico. Gal (2005) afirma que o nível de conhecimento ou de compreensão do pensamento probabilístico não pode ser determinado

em termos absolutos, uma vez que diferentes conhecimentos, culturas e contextos de vidas necessitam de demandas diversas.

Os elementos de conhecimento são descritos de forma geral por Gal (2005) e indicam que “o modelo de letramento probabilístico, assim como o modelo de letramento estatístico, possui uma construção dinâmica e relativa” (GAL, 2005, p. 52). Para o autor, o desenvolvimento dos elementos de conhecimento e dos elementos de disposição, conforme apresentados no Quadro 1, por meio de uma orientação coordenada e equilibrada, leva ao letramento probabilístico.

Sob esse viés, recomenda-se, portanto, que os professores adotem o modelo de letramento probabilístico proposto por Gal (2005) no desenvolvimento de suas atividades com os estudantes. Essa abordagem visa fornecer aos estudantes as habilidades necessárias para iniciar o processo de letramento probabilístico, possibilitando-lhes compreender, interpretar e aplicar conceitos probabilísticos em situações cotidianas. Ao promover essa proposta, espera-se capacitar os estudantes a lidar de forma crítica com as incertezas e probabilidades que surgem em suas vidas pessoais e profissionais, preparando-os para tomar decisões informadas e fundamentadas.

2.2 Jogos na educação

No ambiente escolar as atividades lúdicas são dedicadas ao público da Educação Infantil e quando os estudantes se deparam com o Ensino Fundamental encontram um ambiente baseado na seriedade. Apesar dos jogos serem considerados uma arte milenar e estar ligado diretamente com a cultura e vida em sociedade, o ato de jogar esteve por muito tempo relacionado com o ócio e este viés tem sido apresentado por professores que consideram o jogo como uma atividade lúdica, não séria, que antes era essencial para o desenvolvimento das crianças, nesta etapa passa a ser secundária e atrelada ao descanso, não devendo assim ser tratado como fins escolares (LUVISON; GRANDO, 2018).

A BNCC (2017) recomenda que é importante valorizar e problematizar as vivências e experiências das crianças por meio do lúdico. Grando (2004) defende que o jogo oportuniza as crianças o desenvolvimento do pensamento abstrato, que por meio da imaginação é possível que elas consigam levantar hipóteses e testar conjecturas, refletir, analisar, sintetizar e criar, assim elas utilizam de diversas estratégias de resolução de problemas

durante os jogos por meio da criação que está relacionada a imaginação. A autora sintetiza que a natureza do jogo possibilita o surgimento de uma situação lúdica imaginária, afinal

É no jogo e pelo jogo que a criança é capaz de atribuir aos objetos, mediante sua ação lúdica, significados diferentes; desenvolver a sua capacidade de abstração e começar a agir independentemente daquilo que vê, operando com os significados diferentes da simples percepção dos objetos (GRANDO, 2004, p. 19).

Com isto, a autora defende que não é possível que o ensino de matemática aconteça apenas observando os fenômenos, é necessário que ocorra por meio da imaginação a definição das regularidades e conceitos. Assim surge a necessidade de a escola oportunizar momentos de atividades que suscitem o desenvolvimento da criação, da criatividade e da imaginação dos estudantes, sendo então indicado o uso de jogos pedagógicos como ferramenta metodológica.

E nesse sentido, pensando-se em oportunizar momentos com outros recursos de ensino, Prensky (2012) ressalta a importância do uso de jogos digitais como um recurso para promover a aprendizagem dos estudantes. O autor acredita que os jogos proporcionam um ambiente de aprendizagem envolvente, no qual os estudantes desejam participar. Os jogos digitais oferecem aos estudantes a possibilidade de fazer escolhas dentro do jogo, sendo que essas escolhas, quando bem mediadas pelo professor, podem levá-los à construção de uma aprendizagem efetiva.

Jogo digital é “qualquer jogo para o processo de ensino e aprendizagem em um computador ou on-line” (Prensky, p. 208, 2012). Prensky (2012) aponta que a aprendizagem baseada em Jogos Digitais funciona por ocorrer um envolvimento por meio de um processo interativo de aprendizagem unindo os jogos, a tecnologia e a educação. No entanto, concordamos com Prensky (2012) que uma parte fundamental do processo é como este jogo será usado e que este é uma parte de uma iniciativa, sendo necessário outros tipos de aprendizagens para completar o processo.

Com o crescente uso das tecnologias digitais na sociedade contemporânea, torna-se importante que as escolas atualizem e adaptem suas metodologias para permitir que os estudantes possam ter possibilidade de aprender por meio de outras práticas. No entanto, é importante salientar que a mera introdução da tecnologia digital na sala de aula não garante a aprendizagem.

Estas atividades auxiliam na interação da escola com a tecnologia, indicada na BNCC e ao mesmo tempo auxilia na construção e evolução dos estudantes como cidadãos críticos e reflexivos que possam explorar as tecnologias utilizadas em outros ambientes e para a construção do seu crescimento pessoal.

3 Procedimentos metodológicos

Essa pesquisa foi realizada em campo, com estudantes do 5.º ano do Ensino Fundamental, por meio de uma abordagem qualitativa, por acreditar que essa é “uma metodologia de investigação que enfatiza a descrição, a indução, a teoria fundamentada e o estudo das percepções pessoais” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 11).

Definimos que a pesquisa seria realizada em uma instituição de ensino pública com três turmas de estudantes do 5.º ano do Ensino Fundamental, totalizando 75 estudantes, dentre estes estudantes 38 meninas e 37 meninos. Desta forma, foi selecionado esta escola para realização da pesquisa almejando a facilidade da entrada em campo, pela escola possuir os Anos Iniciais do Ensino Fundamental no contraturno no qual uma das pesquisadoras atuava e, também, pelo fato da escola estar subsidiada, no momento da entrada em campo, pelos recursos tecnológicos necessários para realização desta pesquisa.

Estabelecemos que seriam realizados oito encontros no total, sendo: o primeiro, um momento de convite à pesquisa, o segundo e o último destinados à realização da investigação dos saberes dos estudantes e cinco destinados para os momentos do jogo sugeridos por Grando (2004) com o jogo Batalha com Dados. Os encontros, todos com duração de 1 hora foram agendados com a professora das turmas e informado aos estudantes com antecedência.

Os encontros foram organizados de acordo com os sete momentos pedagógicos recomendado por Grando (2004). Estes momentos podem auxiliar o professor a realizar as intervenções pedagógicas necessárias, ao propor de maneira intencional um jogo em sala de aula. Desta forma, os sete momentos de jogo representam “a definição de um trabalho pedagógico possível e útil de ser realizado” (GRANDO, 2004, p. 110). Ao seguir esses momentos, o professor estará oportunizando aos estudantes ter “condições de refletir, comunicar, argumentar, levantar hipóteses, conjecturas e validar suas análises” (LUVISON; GRANDO, 2018, p. 65).

Como instrumentos de produção de dados, utilizou-se a gravação em vídeo dos encontros, adicionalmente, fez-se uso de um gravador de voz, do banco de dados produzido a partir do jogo, do diário de campo da pesquisadora e dos registros escritos dos estudantes, realizados em folhas avulsas.

De acordo com os objetivos e pela limitação de espaço, destacaremos apenas um dos encontros realizados com as turmas e que trata das primeiras apostas dos estudantes durante o jogo Batalha com dados, que passam a ser descritos a seguir.

4 Jogo Batalha com Dados

Para realização da pesquisa, foi realizada a construção de um jogo digital com intuito de auxiliar a aprendizagem de Probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental. Decidimos utilizar o jogo “Travessia do Rio”, como inspiração para a criação do jogo digital Batalha com Dados³, que foi utilizado como recurso para a pesquisa de campo.

O jogo “Travessia do Rio”, disponível no caderno de jogos do Pacto Nacional para Alfabetização na Idade Certa – PNAIC (Brasil, 2014), foi produzido pela Associação de Professores de Matemática de Portugal (APM) com o objetivo de desenvolver habilidades relacionadas aos conceitos de Estatística e de Probabilidade, conforme destacado por Luvison e Santos (2013). De acordo com as orientações do material do PNAIC (BRASIL, 2014), o jogo envolve aprendizagens de soma e a análise de possibilidades de soma, ao se lançar dois dados e, além disso, contribui para o desenvolvimento do cálculo mental. Observa-se que este jogo pode desenvolver a criação de estratégias baseadas na observação dos resultados obtidos no lançamento de dois dados, de que há somas que saem com maior frequência e somas que saem com menor frequência.

Com inspiração no jogo “Travessia do Rio” e após conhecer os estudantes, realizamos a reestruturação deste jogo para um no formato digital⁴. Os estudantes foram cadastrados previamente e precisaram de *login* para acessar a plataforma. Ao iniciar o acesso à plataforma, os estudantes se deparam com a tela de personalização dos personagens.

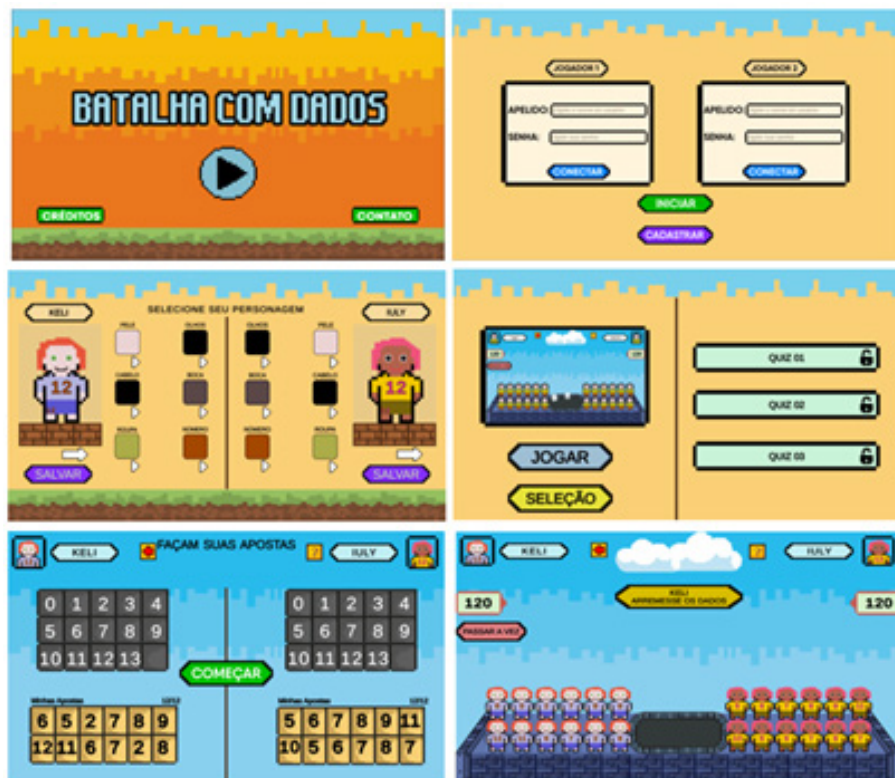
Durante o processo de reestruturação do jogo “Travessia do Rio”, o cenário e o ambiente do jogo foram modificados. Agora, os estudantes

3 Disponível em: <https://www.batalhacomdados.com.br/>

4 O processo de criação do jogo é descrito detalhadamente em Avelar (2023).

devem realizar suas apostas nos números desejados, e esses números serão representados no cenário do jogo, por 12 clones do personagem de cada jogador. Durante essa etapa, os estudantes têm a opção de escolher números de 0 a 13, uma modificação realizada com o objetivo de promover momentos de reflexão, diálogo e descoberta, especialmente com a inclusão dos números 0, 1 e 13.

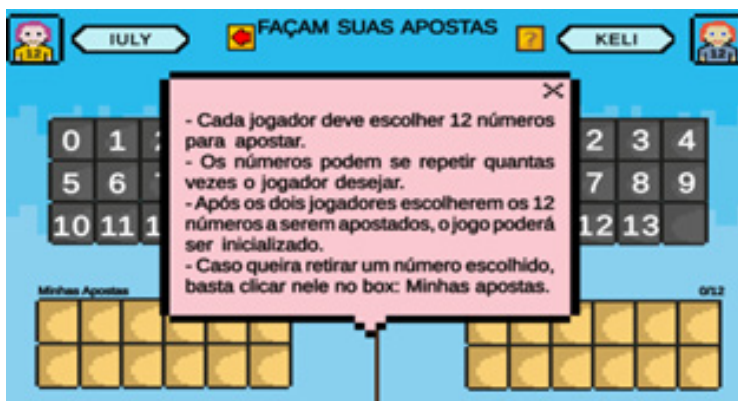
Figura 01: Telas do jogo Batalha com Dados



Fonte: Avelar (2023)

Na tela de apostas, os estudantes podem selecionar o botão “?” para acessar as instruções sobre como realizar as apostas, conforme ilustrado na Figura 2.

Figura 2: Tela de instruções das apostas



Fonte: Avelar (2023)

Cada jogador tem sua pontuação exibida logo abaixo da imagem do seu personagem. Ambos os jogadores começam a partida com 120 pontos. O objetivo é eliminar todos os clones do lado do oponente. Para retirar os pontos do seu oponente, os jogadores devem lançar os dados, um de cada vez, em turnos. Se a soma dos dois dados corresponder a uma das apostas feitas pelo jogador, ele poderá selecionar o seu clone com o número resultado da soma na blusa e remover 10 pontos do oponente, eliminando aquele clone da arena. Se o jogador não tiver feito uma aposta no resultado da soma dos dados, ele deve passar a vez para o oponente, clicando no botão “Passar a vez”. Esse botão só fica ativado para o jogador responsável pelo turno.

Embora tenham ocorrido vários encontros com os estudantes, escolhemos detalhar o encontro em que as apostas realizadas pelos estudantes tiveram destaque, que passa a ser descrito a seguir.

5 Façam suas apostas!

Ao analisarmos os vídeos, as gravações e os registros gerados por meio do jogo, percebemos que a maioria das duplas não conseguiram, de imediato, ouvindo sobre as regras do jogo, definir uma boa estratégia para escolha dos números. Curiosa em entender os critérios escolhidos pelos estudantes, a pesquisadora iniciou as intervenções verbais indagando as duplas o motivo da escolha dos números ao realizarem as apostas.

Maria Luiza (5º A): *Foi aleatório. Mas alguns aqui é porque eu gosto*

Fernanda (5º A): *De qualquer maneira.*

Gabriel (5º B): *Nossa, eu apostei aleatório. Só fui clicando.*

Vinícius (5º B): *Eu fiz aleatório, não sabia como era.*

João (5º B): *Pensei em qualquer número.*

Brayan (5º C): *1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... eu coloquei em sequência até o 12.*

Nesse momento, ficou claro que os estudantes não pensaram muito para realizar as apostas. Sem o desenvolvimento de estratégias, os estudantes se dedicaram a compreender as regras do jogo enquanto jogavam. Esse fato demonstra a importância de permitirmos que os estudantes realizem as ações necessárias recomendadas por Grandó (2004) no segundo momento do jogo. Ao analisarmos os registros gerados pelo jogo, percebemos que a maioria das duplas realizaram apostas impossíveis ao jogar pela primeira vez.

Uma dupla chamou nossa atenção por escolherem como estratégia copiar os números que estavam na tela do passo a passo, de acordo com as estudantes “*se a professora escolheu estes números é porque devem ser números bons*”. Depois de algum tempo, no encontro, a pesquisadora voltou para conversar com a dupla e o seguinte diálogo ocorreu:

Ana Luiza (5ºA): *Professora, só cai 7.*

Pesquisadora: *E por que será que só cai 7?*

Ana Luiza (5ºA): *Não sei, mas só tem 7 neste jogo.*

Pesquisadora: *E quais números caíram para a soma dar 7?*

Talita (5ºA): *O 4 e o 3.*

Ana Luiza (5ºA): *Ou o 5 mais 2. Ahhh humm o 6 mais 1.*

Pesquisadora: *E os números que vocês apostaram? Estão saindo?*

Ana Luiza (5ºA): *Está saindo mais ou menos, mas só sai o 7.*

Pesquisadora: *10, 0, 1, 12...*

Talita (5ºA): *O 6 também sai muito*

Pesquisadora: *Da próxima vez vocês vão pensar melhor para escolher?*

Ana Luiza (5ºA): *Vamos.*

Pesquisadora: *Vocês vão copiar do quadro?*

As duas estudantes juntas: *Nããããã*

Quando a pesquisadora indagou as estudantes quais números precisavam cair nos dados para a soma dar sete, a intenção foi de começar a desenvolver com as estudantes a construção do espaço amostral desse evento, mesmo que, nesse momento, as estudantes não tivessem total consciência disso. No entanto, mesmo no processo inicial da construção do Letramento Probabilístico, as estudantes já perceberam que é necessário pensar melhor para realizarem as apostas e que copiar um exemplo disponibilizado pela pesquisadora não era o melhor caminho.

Ao pensarmos a respeito da construção do conhecimento dos estudantes para a compreensão dos eventos impossíveis, percebemos que a maioria das duplas, após um tempo jogando a primeira partida, identificaram que alguns dos números apostados seriam impossíveis de sair.

Marcella (5º A): *Professora, não tem como cair o 1.*

Pesquisadora: *Por que não Marcella?*

Marcella (5º A): *Porque não tem o 0. Não tem o lado que não tem nada no dado.*

Pesquisadora: *E você Esther, vai conseguir acabar?*

Esther (5º A): Não sei, porque eu tenho 0 e 1.

Pesquisadora: *E aí? O 1 dá?*

Esther (5º A): Não.

Pesquisadora: *E o 0?*

Esther (5º A): *Também não.*

Pesquisadora: *Por que não?*

Esther (5º A): *Porque o 0, nenhum número pode aparecer aqui e vai aparecer um número mais outro número aqui e aí dá um número, tipo se aparecer 1 mais 1 vai dá 2 aí não tem como.*

Essa dupla, como diversas outras, conseguiu, pelo movimento do jogo, analisar suas apostas e, por meio das jogadas, identificar a presença de eventos impossíveis. Com isso, os estudantes, em sua grande maioria, conseguiram, ao realizar a experimentação, levantar hipóteses e identificar que os números 0 e 1 eram impossíveis de se obter ao somarem os resultados do lançamento de dois dados e, com isso, desejaram reiniciar as partidas. Esses diálogos e percepções demonstram como os estudantes iniciaram o desenvolvimento do Letramento Probabilístico, que, de acordo com Van de Walle (2009), tem início na exploração e não nas regras ou definições formais da probabilidade.

Algumas duplas perceberam rapidamente que o número 0 ou o número 1 eram impossíveis, porém, o número 13 demandou uma análise maior para que os estudantes conseguissem realizar tal conclusão. A dupla formada pela Ana Maiza e pela Karen identificaram a impossibilidade do número 0, mas as estudantes, nesse encontro, não conseguiram perceber que o número 1 e o 13 também seriam impossíveis. Dessa forma, uma das integrantes da dupla concluiu que não poderia vencer a partida por ter escolhido o número 0 nas apostas. Todavia, não identificou que a sua adversária também não poderia vencer, já que ela apostou nos números 1 e 13.

Ana Maiza (5º C): *Ela está com um 0. Diz a Ana Maiza morrendo de rir.*

Karen (5º C): *Eu quero saber de onde eu vou tirar um 0. Porque não tem.*

Pesquisadora: *Quais números tem no dado?*

Ana Maiza (5º C): *Vai de 6 para baixo.*

Pesquisadora: *Para baixo, até qual Ana?*

Ana Maiza (5º C): *Até o 1.*

Karen (5º C): *Por isso que eu já sei que eu vou perder.*

Pesquisadora: *Você vai perder então Karen? E será que a Ana Maiza vai ganhar? Me responde uma coisa, quais números faltam para Ana Maiza?*

Ana Maiza (5º C): *2, 11, 1, 7, 13 e 1.*

Pesquisadora: *Vamos ver o que vai acontecer?*

Karen (5º C): *Nossa, consegui meu último.*

Pesquisadora: *Agora falta quem Karen?*

Karen (5º C): *Só o 0, o bendito do 0.* Muitas risadas da dupla.

Essas estudantes realizaram duas partidas neste dia. Ao analisarmos os registros gerados pelo jogo e pelos áudios da gravação, observamos que na primeira partida as duas apostaram de forma aleatória e, na segunda partida, as apostas das duas foram: 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12. Nesse momento, para as estudantes, distribuir uma aposta em cada número, iniciando do 1, era uma estratégia melhor que escolher os números de forma aleatória. Por meio da experimentação, as estudantes concluíram, no final do encontro, que “Dá errado colocar aleatório” e que “Ehhh, para poder vencer tem que escolher melhor.”

Podemos perceber que, em diversos diálogos, os estudantes ainda não conseguiam se apropriar totalmente do uso de termos usualmente atrelados a acontecimentos probabilísticos, a exemplo de: “provável”, “possível”, “impossível”, “muito provável”, “pouco provável”, entre outros. Contudo, os estudantes utilizaram outras palavras, como: “nunca” e “muito difícil”, sendo estas expressões que servem para demonstrar a compreensão mesmo sem a apropriação dos termos supracitados.

Concordamos com Gal (2005) que alguns dos termos abordados nos elementos do conhecimento do modelo de Letramento Probabilístico não são de fácil compreensão e só podem ser explorados após o desenvolvimento de um processo acumulativo. Por se tratar do primeiro encontro com o jogo, assentimos com Gal (2005) que a linguagem, deve ser desenvolvida, inicialmente, em torno das “construções abstratas”, em que o estudante desenvolve a “familiaridade com termos e frases relacionadas a construtos abstratos relevantes” (Gal, 2005, p. 55). Para estes estudantes, a leitura e a compreensão dos termos, usualmente utilizados em situações que envolvem o acaso, já eram um desafio exposto durante a realização da investigação dos saberes.

Alguns estudantes, nesse primeiro dia, apesar de não chegar a uma conclusão sobre todos os eventos impossíveis, conseguiram identificar os eventos mais prováveis.

Sofia (5º B): Só vou repetir o 6, 7 e 8. É uai, porque só cai esses.

Pesquisadora: *Por que só vai apostar nestes números? Você sabe?*

Sofia (5º B): *Eu também quero saber.*

Sofia (5º B): *O 13 não sai nunca. O 13 e o 2 não sai.*

Apesar de Sofia ter conseguido identificar que os números 6, 7 e 8 apareciam mais no resultado das somas, a estudante ainda não conseguira observar a impossibilidade atrelada ao número 13. Apesar de acreditar que o número 13 nunca sairia, a estudante o comparara ao número 2, que apesar de ter uma chance pequena de ser obtido durante as jogadas, ainda era possível. Para Sofia, os dois números nunca saem. Esse movimento do jogo nos mostra que, além de cada estudante ter o seu tempo de aprendizagem, as vivências do jogo, as escolhas, as reflexões e as experimentações permitem que cada um chegue a conclusões distintas, podendo estas estarem certas ou não.

A dificuldade de compreender o motivo em que alguns números aparecem mais que os outros perpassou por outros estudantes, que, com

a experimentação do jogo conseguiram concluir os números que mais saíam. Os diálogos evidenciam a importância de os estudantes terem a oportunidade de experimentar o jogo quantas vezes sentirem necessidade. A cada nova partida, os estudantes têm a possibilidade de refletir, criar hipóteses, discutir com seus adversários – que nestes momentos se tornam parceiros em busca de uma solução para o problema, em prol de um bem maior –, conseguir vencer o jogo.

Alguns estudantes, depois de realizarem algumas jogadas, começam a identificar que alguns números apareciam mais que os outros, resolvendo, assim, reiniciar o jogo e escolher estes números, uma vez que, para os estudantes, a intenção do encontro era vencer a partida.

Talita (5º A): *A gente só colocou 7,6 e 9. Mas agora dá 11, olha isso! Professora quando a gente escolheu aqueles números do quadro só vinha 7 e agora que a gente escolheu outros só vem 2, 11 ...*

Pesquisadora: *O que será que está acontecendo?*

Talita (5º A): Não sei professora, a Matemática tá louca.

Pesquisadora: *A Matemática tá louca?*

Ana Luiza (5º A): *Eu vou ganhar, eu vou ganhar.*

Pesquisadora: *Qual de vocês duas diversificou mais os números?*

Talita (5º A): *A Ana, ela colocou menos o 7,*

Pesquisadora: *Você confiou muito no 7 né Talita?*

Talita (5º A): Foi.

As estudantes decidiram reiniciar mais uma vez o jogo e, em seguida, ambas diversificaram os números, mantendo o número 7 com maior frequência. Com essa nova estratégia, a dupla conseguiu vencer a partida. Ao final do encontro, a estudante resolveu contar com empolgação para a pesquisadora que, após analisar, refletir e dialogar com a sua parceira, conseguiu concluir a melhor estratégia.

Talita (5º A): *O nosso plano deu certo professora.*

Pesquisadora: *Qual foi o plano de vocês?*

Talita (5º A): *Colocar um monte de 7, um monte de 6, um monte de 9, o 8 também.*

Pesquisadora: *Por que será que deu certo.*

Talita (5º A): *Aí eu não consegui descobrir.*

Esses estudantes, durante o processo, conseguiram perceber a variação, a aleatoriedade, a imprevisibilidade e a incerteza relacionadas à soma do

resultado ao lançarem dois dados. Sendo esses elementos de conhecimento recomendados por Gal (2005), ao se dispor o desenvolvimento do Letramento Probabilístico com os estudantes. Por meio da experimentação do jogo, as estudantes finalizaram o encontro compreendendo a “natureza abstrata geral dessas ideias apenas intuitivamente” (Gal, 2005, p. 52).

Por meio do jogo, os estudantes se sentem desafiados, inicialmente com as regras, depois com as escolhas, que são seguidas de análises e diálogos que conseguem permitir aos estudantes realizarem conclusões que os levam à vitória, ou os deixam mais próximos dela. Outros encontros foram realizados, conforme recomendado por Grando (2004), seguindo os momentos do jogo, porém pela limitação de espaço, não puderam ser descritos aqui.

6 Considerações finais

A partir da pesquisa realizada, buscamos analisar o processo de aprendizagem ao usar um jogo digital no ensino de conceitos de Probabilidade para estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. Dessa forma, baseados nos sete momentos do jogo de Grando (2004) e no modelo de Letramento Probabilístico recomendado por Gal (2005) organizamos os passos a serem realizados, desenvolvemos o jogo digital Batalha com Dados e embora apenas um dos encontros tenha sido enfatizado aqui, foi possível analisar como os estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental procedem frente ao jogo digital em relação aos conceitos probabilísticos.

A lousa, o lápis e os cadernos foram tecnologias que chegaram às salas de aula com o intuito de transformação; além deles, temos hoje as tecnologias digitais adentrando este meio. Com o passar dos anos, na educação, mantivemos a lousa e a escrita presente nas salas de aula, assim, acreditamos que a presença dos recursos tecnológicos digitais encoraja as transformações e as reorganizações, mas não extingue a oralidade ou a escrita.

Identificamos que os estudantes iniciaram os encontros interessados na possibilidade de diversão oriunda de um jogo, sobretudo um jogo digital. Dessa forma, inicialmente, acreditaram que os encontros seriam ótimos por terem um jogo envolvido, recurso este não muito utilizado em seu ambiente escolar, nem físico, nem digital. Contudo, com o passar dos encontros, ocorreu um movimento que permitiu que os estudantes

passassem a jogar não somente pela diversão, mas também pela vontade de buscar o conhecimento.

Compreendemos que a organização dos encontros baseada nos momentos do jogo (Grando, 2004) foram fundamentais para permitir que os estudantes tivessem o seu tempo respeitado, conseguindo então que eles compreendessem as experiências relacionadas à leitura e à escrita. Além disso, ao utilizar os momentos durante os encontros, possibilitamos aos estudantes perpassarem, em seu próprio tempo, pelo conhecimento apresentado, refletindo, compartilhando e trocando entre os pares e com a pesquisadora, tendo assim suas limitações e qualidades respeitadas.

Devido à organização e ao tempo oportunizado, os estudantes conseguiram desenvolver os conhecimentos desejados acerca do ensino de Probabilidade. Ao pensar no desenvolvimento do Letramento Probabilístico (Gal, 2005) dos estudantes, vemos no jogo Batalha com Dados uma oportunidade de possibilitar aos estudantes a compreensão dos elementos de conhecimento e de disposição. Esta proposta permite que os estudantes evoluam seus conhecimentos no âmbito das grandes ideias, do cálculo de probabilidades, da linguagem, do contexto, das posturas críticas frente a situações probabilísticas, tudo isso conseguindo compreender as suas crenças, atitudes e sentimentos pessoais em relação à incerteza e ao risco. Ressaltamos que, ao desenvolver esta pesquisa, não desejamos que os estudantes do 5º ano finalizassem o processo letrados em Probabilidade, pois reconhecemos que é um processo contínuo e acumulativo.

Julgamos importante também, compreender a importância das tecnologias digitais no cotidiano das escolas para que tenhamos estes recursos utilizados como instrumento de aperfeiçoamento para além dos resultados em testes internos e externos, e para que possamos, desse modo, colaborar com a transformação das práticas de ensino atuais.

Referências

AVELAR, Iuly Kristina Silva. **O uso do jogo digital “Batalha com Dados” na aprendizagem de probabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. 2023. 289f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação e Docência). Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

BATANERO, C.; DÍAZ, C. (2007). Meaning and understanding of mathematics. The case of probability. En J.P Van Bendegen y K. François (Eds), **Philosophical Dimmensions in Mathematics Education** (pp. 107-128). New York: Springer, ISBN: 978-0-387-71571-1.

BÔAS, S. G. V.; CONTI, K. C. Base Nacional Comum Curricular: um olhar para Estatística e Probabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Ensino em Re-Vista**, v. 25, n. 4, p. 984-1003, 20 dez. 2018.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. (Coleção Ciências da Educação). Portugal: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. de C.; SILVA, R. S. R. da; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**: Sala de aula e internet em movimento. (Tendências em educação matemática). 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2021.

BORBA, M. de C.; ASKAR P.; ENGELBRECHT, J.; GADANIDIS, G.; LLINARES, S.; AGUILAR, M. S. Digital Technology in Mathematics Education: Research over Last Decade. In: KAISER, G. (Ed.). **Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education**: ICME-13. Nova York: Springer International Publishing, 2016. p. 221-233.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**: Educação é a Base. Brasília, DF, 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Jogos na Alfabetização Matemática. Ministério da Educação. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2014.

GAL, I. Adult statistical literacy: Meanings, components, responsibilities, **International Statistical Review**, 70(1), 1-25, 2002.

GAL, I. **Towards “Probability Literacy” for all Citizens**: Building Blocks and Instructional Dilemmas. 10.1007/0-387-24530-8_3, 2005.

GRANDO, R. C. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Paulus, 2004. (Coleção pedagogia e educação).

LUVISON, C. da C.; GRANDO, R. C. **Leitura e Escrita nas aulas de Matemática**: jogos e gêneros textuais. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2018. (Coleção Educação Matemática)

LUVISON, C. da C.; SANTOS, C. A. dos. “Nunca vai cair o número 1, porque não tem número 0 no dado”: jogo, linguagem e resolução de problemas possibilitando a aprendizagem matemática. *In*: NACARATO, A. M.; GRANDO, R. C. (Org.). **Estatística e Probabilidade na Educação Básica**: professores narrando suas experiências. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2013. p. 91-110.

PRENSKY, M. **Aprendizagem baseada em Jogos Digitais**. 1. ed. São Paulo, SP: Senac, 2012.

TOLEDO, S. E. R. G O. de; LOPES, C. E. O Ensino da Estocástica: Um desafio para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *In*: LOPES, C. E.; PORCIÚNCULA, M.; SAMÁ, S. P. (Org.). **Perspectivas para o ensino e a aprendizagem de Estatística e Probabilidade**. 1. ed. Campinas/SP: Mercado de Letras, 2019. p. 41-69.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores em sala de aula: Tradução Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Sobre os autores



Keli Cristina Conti: Possui mestrado e doutorado pela Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), é professora da Faculdade de Educação (FaE) da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) e atua no Programa de Mestrado Profissional em Educação e Docência (Promestre).



Iuly Kristina Silva Avelar: Possui mestrado pelo Programa de Mestrado Profissional em Educação e Docência (Promestre) da Faculdade de Educação (Fae) da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) e é professora de Matemática na rede municipal de Educação de Belo Horizonte e de Contagem.

APRENDIZAGEM SOBRE AMOSTRAGEM, CURVA NORMAL E SUAS RELAÇÕES NO ENSINO MÉDIO UTILIZANDO O GEOGEBRA

André Fellipe Queiroz Araújo¹

Gilda Lisbôa Guimarães²

1 Introdução

De modo formal, a Estatística é classificada como uma ciência que trata da coleta, organização, análise e interpretação de dados (Bayer, Echevest, Bittencourt e Rocha, 2005). Essa ciência exerce um papel relevante em nossa sociedade devido ao seu amplo leque de aplicações em diversos campos do conhecimento e, principalmente, por possibilitar a realização investigações estatísticas que fundamentam a tomada de decisões em situações do mundo real.

Nesse processo de investigação, uma das etapas é voltada para a definição se a pesquisa deve ser censitária ou amostral, o que implica em reflexões e estudos sobre conceitos relativos à Amostragem. Outra fase pertinente é a análise e interpretação dos dados que abarca conceitos e modelos probabilísticos que permitem a realização de inferências estatísticas (Guimarães e Gitirana, 2013).

A partir desse contexto, o presente estudo tem como foco os conceitos de Amostragem e Curva Normal. Esses conceitos ainda são pouco explorados na Educação Básica no Brasil, entretanto, estão presentes em muitos fenômenos do nosso cotidiano, sendo fundamentais para a compreensão real dos dados e, conseqüentemente, para tomadas de decisão (Gonçalves, 2014; Araújo, 2020; Luna e Guimarães, 2021; Araújo e Guimarães, 2023).

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018), na etapa do Ensino Médio, o estudante deve realizar pesquisas estatísticas amostrais, como também analisar criticamente as

1 Doutor em Educação Matemática e Tecnológica - UFPE. Professor na Secretaria de Educação de Pernambuco E-mail: andrefellipeq93@gmail.com

2 Doutora em Psicologia Cognitiva. Professora na Universidade Federal de Pernambuco E-mail: gilda.guimaraes@ufpe.br

amostras de pesquisas estatísticas. Além disso, recomenda a elaboração e resolução de problemas que envolvem as medidas de centralidade e dispersão e a identificação de espaços amostrais em eventos aleatórios para o cálculo de probabilidades em diferentes contextos, o que contempla implicitamente o modelo da Curva Normal.

Diante disso, o presente estudo tem como objetivo analisar a contribuição de uma intervenção de ensino, realizada no 3º ano do Ensino Médio, para a aprendizagem de Amostragem e Curva Normal, de forma articulada, a partir da utilização do software GeoGebra. Para tanto, fundamentamos a nossa pesquisa no modelo de Letramento Estatístico e Probabilístico proposto por Gal (2002, 2005).

2 O Letramento Estatístico e Probabilístico

No âmbito da Educação Estatística, Gal (2002) enfatiza que o indivíduo é considerado letrado em Estatística e Probabilidade quando detém as competências para interpretar e avaliar criticamente uma informação estatística/probabilística em qualquer contexto. O modelo do Letramento Estatístico proposto pelo autor contempla dois componentes que se relacionam entre si: Elementos de Conhecimento e Elementos de Disposição.

Os Elementos de Conhecimento estão relacionados com a capacidade de o indivíduo ler, interpretar e analisar de forma crítica uma informação ou dado estatístico. Esse campo contempla cinco elementos que não são independentes e se inter-relacionam: Habilidades de Letramento, Conhecimento Estatístico, Conhecimento Matemática, Conhecimento de Contexto e Questionamentos Críticos (Gal, 2002).

Em síntese, as Habilidades de Letramento dizem respeito às habilidades voltadas para a comunicação e compreensão de informações estatísticas. Já o Conhecimento Estatístico contempla o domínio de conceitos e ideias básicas relacionadas à Estatística Descritiva e à Estatística Inferencial. O Conhecimento Matemático, por sua vez, é responsável por dar suporte necessário para o Conhecimento Estatístico e está direcionado para a compreensão da ideia de número com diferentes significados e procedimentos de cálculos. Em continuidade, o Conhecimento de Contexto também é necessário, tendo em vista que toda informação estatística está relacionada a um determinado contexto. Assim, quando o indivíduo o conhece, utiliza esse conhecimento para dar significado e

compreender tal informação. Os Questionamentos Críticos compreendem à capacidade de o indivíduo analisar de forma crítica, permitindo analisar a veracidade e a formulação das informações estatísticas. Por fim, os elementos de disposição envolvem uma postura crítica e reflexiva diante dos dados, promovendo uma análise consciente e fundamentada (Gal, 2002).

De modo análogo, Gal (2005) também apresenta o modelo de Letramento Probabilístico que contempla dois componentes essenciais: Os Elementos Cognitivos (Grandes ideias, Figurando Probabilidades, Idiomas, Contextos e Questões Críticas) e os Elementos de Disposição (Postura Crítica, Crenças e Atitudes e os Sentimentos pessoais sobre a incerteza e o risco). O autor destaca que noções de Probabilidade, incerteza e risco estão presentes em várias informações divulgadas pela mídia e, tanto os cidadãos comuns, quanto os profissionais, necessitam calcular estimativas da Probabilidade de determinados eventos mesmo que de modo informal. O pensamento probabilístico é influenciado por múltiplos fatores, incluindo Grandes Ideias (variação, aleatoriedade e incerteza), Figurando Probabilidades (formas de cálculo), Idiomas (linguagem probabilística), Contexto (significado dos dados probabilísticos) e Questões Críticas (análise crítica das informações). Além disso, os Elementos de Disposição envolvem postura crítica, crenças e sentimentos sobre incerteza e risco, refletindo aspectos pessoais na interpretação dos dados.

3 A Amostragem e a Curva Normal

A essência da análise de fenômenos, sejam eles físicos ou sociais, fundamentada na abordagem do Letramento (Gal, 2002 e 2005), exige a compreensão do ciclo de investigação estatística (Guimarães e Gitirana, 2013) como um processo voltado para a realização de inferências. Nesse contexto, o estudo da amostra e de suas técnicas de obtenção são fundamentais na Inferência Estatística para se obter generalizações sobre determinadas características da população. Na maioria dos casos, essas generalizações se fundamentam no modelo de distribuição Normal ou em algum outro modelo probabilístico derivado dele.

Em síntese, a Amostragem é responsável pelo desenvolvimento de “técnicas para seleção das unidades populacionais que formarão a amostra” Bayer *et al* (2005, p.2). O termo população se refere ao conjunto de todos os elementos (indivíduos, animais, objetos) que possuem pelos menos uma

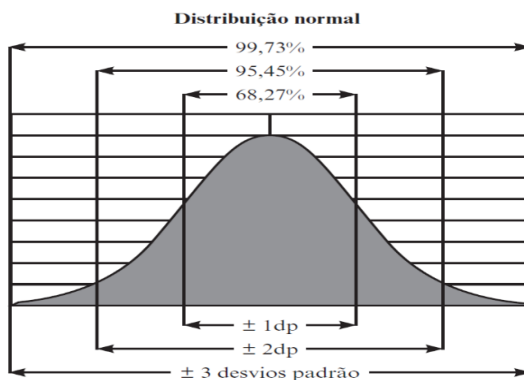
característica em comum. Já a amostra é definida como um subconjunto da população (Triola, 2008).

Logo, no processo de seleção de uma amostra é necessário que ela seja representativa para que sejam garantidas generalizações para a população. Assim, a representatividade está ligada a alguns aspectos, como a variabilidade, o tamanho da amostra e o método de amostragem. De acordo com Reyes (2019), o processo de pesquisa amostral implica três tipos de variabilidade, a saber: a variabilidade natural, associada à natureza dos elementos, tendo em vista que eles são essencialmente diferentes; a variabilidade amostral, que diz respeito à variação das estatísticas amostrais, ou seja, amostras de mesmo tamanho retiradas de uma população apresentam estatísticas diferentes e a variabilidade de medição, que representa a diferença entre o resultado amostral e o verdadeiro resultado da população, considerando que dificilmente uma amostra apresentará resultados idênticos aos da sua população.

Os métodos de amostragem, por sua vez, selecionam os elementos da amostra e são divididos em dois tipos: não-probabilísticos e probabilísticos (Moore, 1995). Os não-probabilísticos são aqueles em que a probabilidade de seleção é desconhecida para alguns ou todos os elementos da população e, por isso, não garantem representatividade, mas são úteis em pesquisas exploratórias. Incluem métodos por conveniência, julgamento, bola de neve, quotas e resposta voluntária. Já os probabilísticos são aqueles em que a probabilidade de cada elemento da população pertencer à amostra é conhecida e diferente de zero (Moore, 1995), assim, garantem a representatividade para a população a partir de uma certa probabilidade que indica o grau da confiabilidade das conclusões obtidas. Esses métodos probabilísticos são: aleatória simples, sistemática, estratificada e por conglomerados.

Além disso, na Estatística Inferencial, a Distribuição Normal ou Curva Normal é considerada o principal modelo probabilístico de análise de dados (Gonçalves, 2014). A Curva Normal é definida a partir da média dos dados, que corresponde ao ponto central da Curva e o desvio-padrão que indica a dispersão dos dados (Figura 1). Destaca-se ainda que a Curva reúne 100% dos dados e a área sob seu gráfico e o eixo das abscissas é sempre igual a 1. A distribuição dos dados é simétrica em relação à média, ou seja, ao centro e os valores de média, moda e mediana coincidem. Por fim, a probabilidade de uma variável assumir um valor entre dois pontos é determinada pela área sob a curva que os contém.

Figura 1 - Representação da Curva Normal.



Fonte: São Paulo, 2014

No que diz respeito a estudos antecedentes sobre essa temática, destacamos que Begué, Gea, Batanero e Beltrán-Pellicer (2020) analisaram como o conhecimento sobre representatividade e variabilidade amostral evolui entre estudantes do ensino secundário e médio na Espanha. Concluíram que a escolaridade influencia o desempenho, mas dificuldades sobre variabilidade amostral persistem em todos os anos. Sugerem iniciar o ensino de amostragem desde os primeiros anos, com atividades práticas para fortalecer a aprendizagem gradual

Luna e Guimarães (2021) defendem que o ensino da Amostragem deve ir além da definição de amostra, abordando sua representatividade, variabilidade e métodos. Ao analisar Livros Didáticos no Brasil, identificaram propostas de atividades com pesquisas estatísticas, mas apontaram a necessidade de maior abordagem com dados reais para aprofundar a reflexão. Também notaram um foco excessivo em populações exclusivamente com pessoas e a falta de discussão sobre variabilidade e representatividade da amostra. De forma semelhante, Araújo e Guimarães (2022) analisaram a abordagem da Amostragem e Curva Normal em Livros Didáticos do novo Ensino Médio brasileiro e concluíram que esses materiais enfatizam a realização e análise de pesquisas estatísticas em contextos reais. No entanto, predomina a análise descritiva dos dados, com poucas explorações de inferências informais e do modelo da Curva Normal.

Herrera, Monroy e Hernández (2019) investigaram 53 estudantes mexicanos do Ensino Médio sobre a Curva Normal. Observaram que, embora aplicassem as técnicas operatórias corretamente, tinham dificuldades

conceituais sobre seu significado e padronização. Concluem que o ensino desse tema na Educação Básica deve equilibrar recursos computacionais e atividades escritas para fortalecer a compreensão gráfica e conceitual. Araújo (2020) investigou o conhecimento didático-matemático de 12 professores de Matemática da rede pública de Pernambuco sobre a articulação entre a Estatística e a Probabilidade por meio da Curva Normal. Inicialmente, os docentes apresentavam lacunas conceituais e didáticas, mas após um momento de formação avançaram na compreensão e articulação dos conceitos.

A partir desses estudos fica evidente as dificuldades apresentadas por estudantes do Ensino Médio e professores. Assim, nesse artigo, apresentamos um estudo realizado com alunos brasileiros do Ensino Médio, com o objetivo de analisar a contribuição de uma intervenção de ensino, realizada no 3º ano do Ensino Médio, para a aprendizagem de Amostragem e Curva Normal, de forma articulada, a partir da utilização do software GeoGebra.

4 Metodologia

Esse estudo utiliza uma abordagem qualitativa, definida por Oliveira (2011) como um processo de reflexão e análise detalhada da realidade. Esse processo interventivo contou com a participação de 38 estudantes do 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública do estado de Pernambuco, localizado na região Nordeste do Brasil. Nossa escolha por estudantes desse nível de escolaridade está pautada nas orientações curriculares apresentadas pela BNCC (Brasil, 2018), no qual contempla competências e habilidades voltadas para a Estatística e a Probabilidade e, mais especificamente, de forma explícita e implícita, para os fundamentos da Amostragem e da Curva Normal.

Essa intervenção foi elaborada com base nos resultados de um teste diagnóstico respondido pelos estudantes, que evidenciou lacunas na aprendizagem dos conceitos de Amostragem e Curva Normal. Para suprir essas dificuldades, a intervenção foi estruturada em quatro momentos, nos quais os estudantes resolveram atividades com a mediação do professor pesquisador, promovendo a discussão e reflexão sobre os conceitos abordados. A partir do segundo momento, os estudantes foram organizados em dupla e o software GeoGebra foi utilizado como ferramenta de apoio para a resolução das atividades.

Nesse sentido, o primeiro momento teve o objetivo de propiciar reflexões iniciais e abordar uma sistematização teórica sobre os conceitos da Amostragem e da Curva Normal a partir da resolução de uma atividade com contextos reais envolvendo esses conceitos. Já no segundo momento, foram vivenciadas algumas etapas do Ciclo Investigativo da pesquisa estatística (Guimarães e Gitirana, 2013). Para isso, A atividade iniciou com a criação de um banco de dados no GeoGebra com as alturas dos 38 estudantes da turma, considerando essa turma como população de interesse. A altura foi escolhida por ser uma variável contínua, e a Curva Normal descrever comportamento de variáveis com essa característica.

O terceiro momento, por sua vez, foi direcionado para o aprofundamento da representação gráfica do modelo da Curva Normal, como também, para o estudo das medidas estatísticas e o cálculo de probabilidades no referido modelo, através dos dados das alturas coletados na questão anterior. Por fim, o último momento foi destinado para o estudo do Teorema Central do Limite, com ênfase para a relação existente nele, entre a amostragem e o modelo da Curva Normal. Na seção a seguir, apresentamos as atividades realizadas a partir do segundo momento concomitantemente com os resultados observados.

5 Resultados e discussão

A atividade do segundo momento da intervenção (Figura 2) foi direcionada para a vivência de algumas etapas do ciclo investigativo (amostra, coleta de dados, registro e representação dos dados e a análise e interpretação) e a reflexão, com uma simulação prática no GeoGebra, sobre a variabilidade na amostragem, nos tipos natural, amostral e de medida (Reyes, 2019). Nessa direção, para a resolução da primeira e segunda questão, os estudantes coletaram os dados da altura de seus pares e inseriram na planilha de dados do Geogebra. Em seguida, procederam com cálculo da média e do desvio-padrão utilizando a ferramenta “análise univariada” do software, como também, responderam ao questionamento sobre o significado dessas medidas. Dando continuidade, na terceira questão os estudantes selecionaram aleatoriamente quatro amostras de diferentes tamanhos a partir do banco de dados e realizaram os cálculos de suas respectivas médias utilizando, no software, a ferramenta de análise multivariada, a qual possibilitou a visualização simultânea das estatísticas das quatro amostras e da população (todos os estudantes da turma).

Figura 2 – Atividade do segundo momento

1º) Caros estudantes, para darmos início a nossa atividade, realize o seguinte procedimento:

a) Faça uma pesquisa com seus colegas da classe e colete a altura (em cm) de cada um deles.
b) Insira os dados na planilha do Geogebra com o número de identificação dos alunos e suas respectivas alturas.

2º) Utilizando a ferramenta análise univariada, determine a média, e o desvio- padrão das medidas das alturas dos estudantes da sua turma. O que cada uma dessas medidas significa?

3º) A partir da lista com os dados das alturas de todos os estudantes, selecione, aleatoriamente, no Geogebra, uma amostra de estudantes para cada tamanho destacados a seguir. Na sequência, utilizando a ferramenta análise Multivariada no Geogebra, calcule a média das alturas de cada amostra.

Tamanho da Amostra	Média da altura (cm)
Amostra 1: 4 estudantes	
Amostra 2: 8 estudantes	
Amostra 3: 12 estudantes	
Amostra 4: 16 estudantes	

a) Compare as medidas das suas médias das amostras com as de outra dupla de colegas. Os resultados são iguais ou diferentes?

b) De acordo com o tamanho da amostra, qual delas tem a média mais próxima da média de populacional (todos os alunos da turma)?

c) Na sua opinião, para uma amostra representativa há alguma relação entre o tamanho da amostra a margem de erro?

d) Se essa pesquisa fosse realizada com toda a escola, quais características da população deveriam ser consideradas para a seleção de uma amostra representativa?

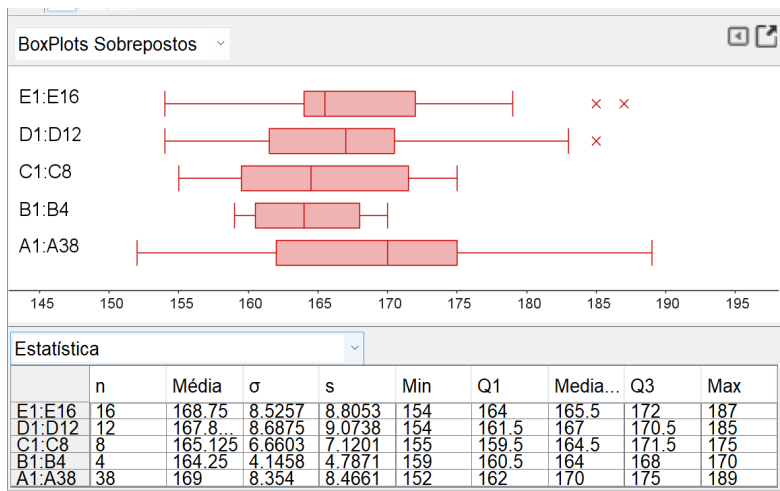
Fonte: Dados da pesquisa

De início, destaca-se que os estudantes demonstraram dificuldades em refletir e comunicar os significados da média e o desvio-padrão abordados nas duas primeiras questões. Esse fato confirma que muitas vezes, os estudantes, da Educação Básica se atentam e dominam apenas o processo do cálculo dessas medidas, mas não refletem para além disso (Gonçalves, 2014). No entanto, a partir da intervenção do professor pesquisador, o qual abordou uma sistematização teórica sobre o tema, os estudantes avançaram na compreensão desses significados e ainda tiveram a oportunidade de refletir os contextos e perceber qual medida de centralidade (média, mediana e moda) é mais indicada para representar o conjunto.

Já na terceira questão, refletimos sobre a influência da variabilidade natural para a determinação de amostras diferentes e consequentemente, a variabilidade amostral para a ocorrência de médias distintas em cada amostra. Os diferentes tamanhos da amostra e suas respectivas médias possibilitaram o entendimento e a observação da variabilidade amostral e como a variabilidade de medida nos resultados amostrais diminui ao passo que o tamanho da amostra aumenta. Consequentemente, observamos que a precisão das estimativas estatísticas também aumenta, ou seja, foi possível

refletir como o tamanho da amostra afeta a representatividade das amostras e a variabilidade de medida (margem de erro) das estimativas estatísticas. No decorrer da discussão, constatamos que a maioria das duplas verificou em suas simulações, no GeoGebra, que a amostra cuja média mais se aproximou da média populacional foi a amostra 4, a de maior tamanho. Logo, reforçamos a compreensão de que quanto maior o tamanho da amostra menor a variabilidade e vice-versa. No entanto, a discussão também reforçou que essa relação não é tida de forma diretamente proporcional, ou seja, não são lineares, culminando em um estágio que se aumentar ou não o tamanho da amostra, será insignificante para alterar a margem de erro. Em acréscimo, algumas duplas constataram que a média amostral que mais se aproximou da média populacional não teria sido a quarta, ou seja, a maior. Sobre esse fato, debatemos que como a escolha dos elementos foi aleatória, algumas amostras podem ter tido pouca variabilidade natural, sendo composta, por exemplo, só por alturas de pessoas do sexo masculino ou feminino, ou com poucos de cada um deles o que, naturalmente acabou influenciando na média amostral.

Figura 3 - Simulação realizada com a ferramenta análise multivariada na 3ª questão



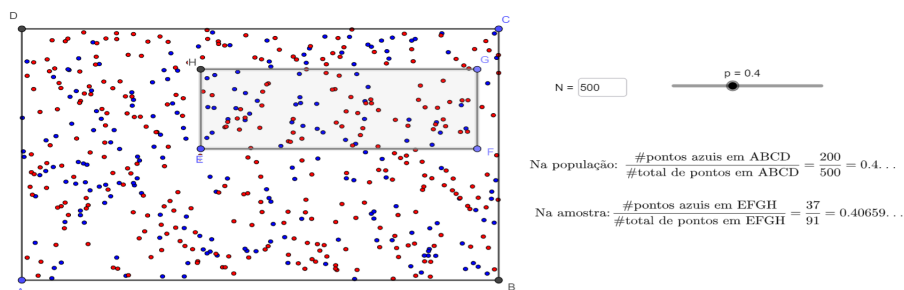
Fonte: Dados da pesquisa

Nessa turma, os estudantes, em linhas gerais, afirmaram que já tinham se vivenciado situações que abordaram a margem de erro em pesquisas amostrais, como por exemplo em pesquisas eleitorais, mas que até então não compreendiam esse conceito. No entanto, através da simulação prática realizada com o software, conseguiram avançar na aprendizagem

desse tema. A Figura 3 apresenta a simulação realizada por uma dupla com a ferramenta análise multivariada do GeoGebra que possibilita a análise simultânea dos dados das 4 amostras e da população. É possível notar que a maior amostra é a que mais se aproxima da média populacional, explicitando a referida relação.

Após a socialização da terceira questão, ainda refletimos sobre a proporção de uma característica da população e a proporção correspondente nas amostras retiradas, bem como o efeito do tamanho da amostra em tal variabilidade. Para tanto, utilizamos uma ferramenta disponível no GeoGebra, desenvolvida por Bortolossi (2020). Nela, é possível observar que a proporção de bolas azuis vista na amostra (retângulo menor) se aproxima da proporção desses elementos na população (retângulo maior) à medida que o tamanho da amostra, equivalente a área do retângulo, aumenta. A partir disso, reforçamos o entendimento sobre a relação entre o tamanho da amostra e a variabilidade.

Figura 5 – Simulação realizada por uma Dupla



Fonte: Dados da pesquisa

Os resultados observados até esse segundo momento evidenciaram que os estudantes demonstraram elementos do Letramento Estatístico (Gal, 2002), tanto em conhecimento quanto em disposição para pensar estatisticamente. Atividades que vão além das fórmulas, promovendo a compreensão contextual, a criticidade e a aplicação prática, contribuem para esse desenvolvimento.

Em continuidade, o terceiro momento da intervenção foi direcionado para aprofundamento do conhecimento sobre a representação gráfica do modelo da Curva Normal, como também, para o estudo das medidas estatísticas e o cálculo de probabilidades no referido modelo, através dos dados das alturas coletados no momento anterior (Figura 5).

Para isso, utilizamos, no GeoGebra, a ferramenta de “Análise Univariada”, a qual permite a construção da representação gráfica de dados e a ferramenta “Calculadora de Probabilidades”, que, por sua vez, possibilita o cálculo de probabilidades associado a intervalos sob a Curva Normal.

Figura 5 – Atividade do terceiro momento

1º) A partir dos dados coletados na atividade anterior, realize os seguintes procedimentos:

- a) Com a ferramenta análise univariada e o comando “moda”, determine, respectivamente, a mediana e a moda das medidas das alturas coletadas.
- b) Utilizando a ferramenta de análise univariada no Geogebra, faça a construção de um histograma das medidas das alturas (em cm) coletadas. Localize, no gráfico, a média, moda e mediana das medidas das alturas. Você identifica alguma relação entre elas?

2º Com base na construção do gráfico realizado na atividade anterior, responda:

- a) Se escolhermos uma pessoa dentre todos os estudantes dessa turma, ao acaso, qual a probabilidade de que ela possua a altura maior que a média do grupo?
- b) Se o professor escolher um aluno dessa turma, ao acaso, qual a probabilidade que o aluno escolhido tenha a altura entre 169 cm e 180 cm?
- c) Qual a probabilidade de um aluno dessa turma ter a altura entre 158 cm e 169 cm?
- d) Com base nas propriedades teóricas do Modelo Normal, há alguma relação entre as respostas dos itens “b” e “c”?

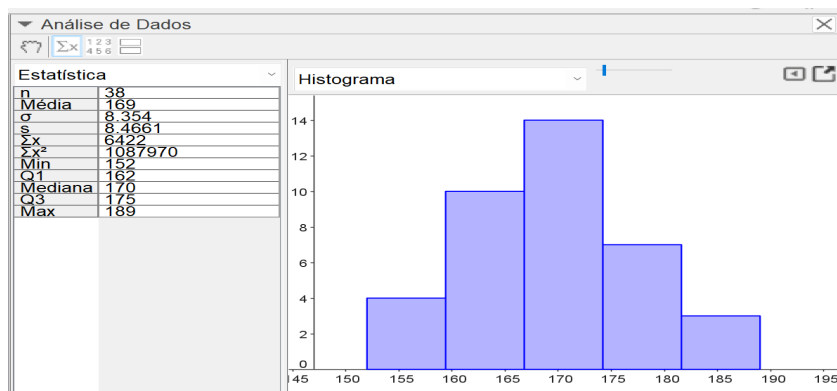
Fonte: Dados da pesquisa

Nesse sentido, a primeira questão teve o objetivo de refletir sobre a relação entre a média, mediana e moda, as quais, no modelo normal, apresentam valores iguais, ou seja, estão no centro da distribuição. Já na segunda questão, para a realização desses cálculos de probabilidades, recorreremos a ferramenta “Calculadora de Probabilidades” do GeoGebra, a qual possibilita, através dos parâmetros média e desvio-padrão dos dados, calcular a área de intervalos da Curva Normal, o que corresponde a probabilidade de a variável em questão assumir valor em um determinado intervalo de interesse. Através do primeiro item, discutimos a probabilidade associada à metade da área da Curva, tendo em vista que a média está localizada no centro da mesma. Assim, refletimos, enquanto propriedade da Curva Normal, que a probabilidade desejada é de 50%. Para realização dos cálculos probabilísticos dos itens b) e c) utilizamos a média e o desvio-padrão que foram fornecidos na atividade anterior. Em seguida, na alternativa “d”, de forma mais intuitiva, os estudantes procederam com a observação de que os intervalos de valores dos itens b e c são simétricos, em relação à média. Consequentemente, as probabilidades solicitadas são iguais. Diante disso, abordamos, mais uma vez a propriedade da simetria da Curva Normal, associando o cálculo de probabilidades a área de intervalo sob a Curva Normal.

Ao realizarem a atividade, os estudantes utilizaram diferentes ferramentas no software GeoGebra que envolveram o esboço do histograma

das alturas, a determinação do valor da mediana e da moda e o cálculo de probabilidades para intervalos específicos da Curva Normal. Durante a socialização, as conclusões indicaram que o Histograma (Figura 6) se aproximou de uma distribuição normal, com a moda e a mediana assumindo o mesmo valor, porém a média não. A partir disso, foi ressaltado que como o tamanho da população é relativamente pequeno, ou seja, 38 dados, a Curva Normal não ficou simétrica, algo comum para essa quantidade de dados. Assim, no sentido de viabilizar condições para a aprendizagem, nesse momento da intervenção, explorou-se as características do objeto de estudo. Refletiu-se que em uma distribuição normal, à medida que o tamanho da população aumenta, a representação gráfica da distribuição tenderá a se aproximar de uma Curva Normal mais “perfeita” ou simétrica.

Figura 6 – Ferramenta análise univariada na Atividade do terceiro momento



Fonte: Dados da pesquisa

Além disso, a socialização evidenciou a aprendizagem sobre o conceito de probabilidade na Curva Normal. Utilizando a ferramenta “calculadora de probabilidades” no GeoGebra, os estudantes procederam com respostas adequadas, associando a área do intervalo sob a curva normal ao valor da probabilidade solicitada, como destacamos no recorte a seguir.

Professor Pesquisador: Na segunda questão, utilizando a calculadora de probabilidades, qual a resposta para a primeira alternativa?

Estudantes: 50%

Professor pesquisador: Por que?

Estudante 15: Porque equivale à metade da Curva Normal

Professor pesquisador: Correto. Metade da área da Curva equivale a 50% de probabilidade, aproximadamente, tendo em vista que o nosso gráfico é uma aproximação ao modelo normal,

Professor pesquisador: Na alternativa b, qual a probabilidade encontrada?

Estudantes: 40,75%

Professor pesquisador: Certo. E qual a probabilidade solicitada na letra C?

Estudantes: Também 40,75%

Professor Pesquisador: Por que deram iguais?

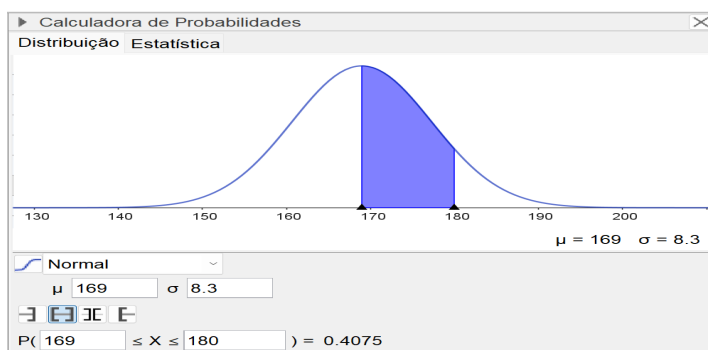
Alguns estudantes: O intervalo é idêntico

Professor Pesquisador: Como podemos concluir isso? Já respondendo a alternativa d.

Estudante 25: O intervalo de 169 a 180 tem a mesma diferença que é de 11 para o intervalo 169 para 158. Então são iguais. E a região azul fica igual

Deste modo, destacamos que a atividade vivenciada por meio da utilização do software GeoGebra contribuiu para a construção do conhecimento sobre o tema e consequentemente, o desenvolvimento do Letramento Estatístico e Probabilístico dos estudantes. A seguir exemplificamos (Figura 7) a utilização da calculadora de probabilidades para a resposta da alternativa b da segunda questão.

Figura 7 – Ferramenta Calculadora de Probabilidade na atividade do terceiro momento



Fonte: Dados da pesquisa

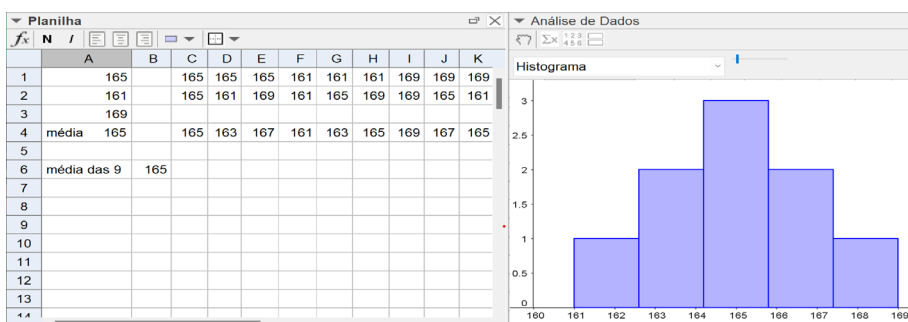
Em seguida, o quarto e último momento da intervenção foi direcionado para promover a aprendizagem sobre o Teorema Central do

Limite, com foco para a relação abarcada por ele entre a Amostragem e o modelo da Curva Normal. Para tanto, a quarta atividade foi desenvolvida em 4 etapas e os estudantes foram organizados em trios. Nesse momento, cada trio representou uma população de interesse e inicialmente, os componentes de cada trio forneceram suas alturas e inseriram na tabela do GeoGebra. A partir disso, calcularam a média populacional, ou seja, a média das alturas do trio, com o uso da ferramenta de análise univariada. Na etapa seguinte extraíram da população (trio) todas as amostras possíveis de tamanho ($n=2$) com reposição de elementos, totalizando 9 amostras e também as inseriram na tabela.

Em continuidade, utilizando a ferramenta análise univariada mais uma vez, os estudantes determinaram a média das 9 amostras e em seguida a média dessas 9 médias amostrais. A partir desse resultado esboçaram no software o gráfico de histograma para as 9 médias obtidas e refletiram sobre a sua representação gráfica em comparação como o modelo da Curva Normal.

A socialização realizada com os estudantes evidenciou que os resultados práticos encontrados utilizando software GeoGebra vão ao encontro dos preceitos do Teorema Central do Limite. Ou seja, o resultado da média da distribuição das médias amostrais foi igual à média populacional calculada pelos estudantes. Além disso, constataram que a representação gráfica dessa distribuição se aproximou a uma Curva Normal. A partir disso, o professor pesquisador e os estudantes refletiram mais a fundo sobre esse teorema, debatendo que se a representação gráfica dos dados de uma população é uma distribuição normal, ou seja, uma curva normal, a distribuição amostral das médias igualmente será. Como também, se o comportamento da população for desconhecido ou aproximadamente normal, a distribuição das médias amostrais poderá ser uma Curva Normal ou se aproximar da normalidade à proporção que o tamanho da amostra aumenta. Ao realizarmos essa atividade, ficou evidente que os estudantes não conheciam esse teorema e suas conclusões, porém, a atividade realizada proporcionou a aprendizagem de mais um importante tema, relacionando a Amostragem e a Curva Normal. A Figura 8 apresenta a resposta de um trio de estudantes para essa questão utilizando o GeoGebra.

Figura 8 – Resolução da quarta atividade



Fonte: Dados da pesquisa

A partir desses resultados, destacamos que o software GeoGebra se revelou como um recurso importante para o trabalho com a Estatística e Probabilidade em sala de aula. Seus recursos possibilitaram o tratamento de dados de forma robusta e dinâmica, a exemplo da análise univariada que permitiu o cálculo das medidas estatísticas de forma ágil e a análise multivariada que propiciou a análise dos dados de forma simultânea das amostras e da população, incluindo a visualização dinâmica do comportamento dos dados com a exibição de diferentes medidas estatísticas e representações gráficas, como o Boxplot. No que diz respeito à Curva Normal, suas ferramentas possibilitaram a construção rápida e dinâmica do histograma das alturas simultaneamente às análises estatísticas, o que torna a análise de dados enriquecedora. A calculadora de probabilidades possibilitou de maneira interativa e ágil a determinação das probabilidades por meio da manipulação de intervalos na representação gráfica da Curva Normal. Deste modo, o GeoGebra contribuiu para um olhar analítico com riqueza de detalhes sobre a Amostragem e a Curva Normal. Além do mais, os estudantes se mostraram motivados ao trabalhar com o software e mencionaram que nunca tiveram o contato com o mesmo para estudos sobre a Estatística. Logo, a utilização de softwares para o ensino e aprendizagem da Curva Normal pode servir de elemento motivador por permitir um trabalho de forma mais dinâmica e exploratória, desde que tenha a adequada mediação do professor. Assim, a utilização de softwares como o GeoGebra pode potencializar as ações docentes e discentes em favor do desenvolvimento do Letramento Estatístico e Probabilístico (Gal, 2002, 2005).

6 Considerações finais

No presente estudo, tivemos como objetivo analisar a contribuição de uma intervenção de ensino, realizada no 3º ano do Ensino Médio, para a aprendizagem de Amostragem e Curva Normal, de forma articulada, a partir da utilização do software GeoGebra.

Diante dos resultados, destacamos que a intervenção de ensino realizada contribuiu para a aprendizagem dos estudantes sobre a Amostragem e a Curva Normal de forma. O software Geogebra possibilitou o tratamento dos dados de forma robusta por disponibilizar ferramentas que permitiram os estudantes uma análise multivariada, como também, a visualização dinâmica do comportamento dos dados, a medida em que eles eram tratados, contemplando diferentes medidas estatísticas e representações gráficas. Além disso, a análise dos dados foi realizada de forma ágil, o que proporcionou um ambiente interativo e instigador.

Logo, concluímos que a realização de uma intervenção de ensino, integrando o GeoGebra, pode contribuir para a aprendizagem e, conseqüentemente, para o desenvolvimento do Letramento Estatístico e Probabilístico (Gal, 2002 e 2005) desde que, como nesse estudo, sejam propostas atividades desafiadoras. Essas não podem se resumir a mera aplicação de cálculos e procedimentos práticos, mas devem provocar a mobilização de elementos de conhecimento e de disposição (Gal, 2002, 2005) por parte dos estudantes. Outro fator crucial é que essa prática, independente do recurso, deve ser mediada de modo adequado pelo professor, o qual deve considerar os objetivos a serem alcançados e as diferentes aprendizagens dos estudantes a partir das potencialidades e desafios de cada recurso didático utilizado.

Referências

ARAÚJO, A. F. Q. **A inter-relação entre a Estatística e a Probabilidade: um estudo com professores de Matemática do Ensino Médio sobre a curva normal**. 189f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, 2020.

ARAÚJO, A. F.; GUIMARÃES, G. Os livros de Projetos Integradores e de Vida do novo Ensino Médio brasileiro: uma análise sobre a abordagem do conceito de Amostragem e de Curva Normal. **EM TEIA** - Revista de

Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, v. 13, p. 26, 2022.

ARAÚJO, A. F.; GUIMARÃES, G. Conhecimento de estudantes do ensino médio brasileiro sobre Amostragem e Curva Normal. **Anais do VI Seminário de Boas Práticas de Ensino e Aprendizagem (SBPEA)** da EEL-USP, 2023, São Paulo, 2023.

BRASIL, **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018.

BAYER, A.; ECHEVESTE, S.; BITTENCOURT, H. R.; ROCHA, J. Preparação do formando em Matemática-licenciatura plena para lecionar estatística no Ensino Fundamental e Médio. In: Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências, Bauru, Brasil, 2005.

BEGUÉ, N.; GEA, M.; BATANERO, C.; BELTRÁN-PELLICER, P. Significado da amostragem para alunos do ensino médio. **Anais do ICERI**, 1430-1435, 2017.

BORTOLOSSI, H. J. **Efeito do Tamanho da Amostra na Variabilidade da Estatística Amostral**, 2015. Disponível em: Efeito do Tamanho da Amostra na Variabilidade da Estatística Amostral – GeoGebra. Acesso em 10 de Janeiro de 2023.

BORTOLOSSI, H. J. **Amostragem: Tamanho da amostra**, 2020. Disponível em: Amostragem: Tamanho da Amostra – GeoGebra. Acesso em 15 de Janeiro de 2023
BRASIL, **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018.

GAL, I. Adult's Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities-Appeared, **Internacional Statistical Review**, 70, 1-33, 2022.

GAL, I. Towards 'probability literacy' for all citizens. G. A. Jones (Ed.). **Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning** (pp. 39-63). New York, USA: Springer, 2005.

GUIMARÃES, G. L.; GITIRANA, V. Estatística no Ensino Fundamental: a pesquisa como eixo estruturador. BORBA, R.; MONTEIRO, C. (Org.). **Processos de ensino e aprendizagem em Educação Matemática**. Recife: UFPE, 2013, p. 93-132.

GONÇALVES, P. **Uma abordagem da distribuição normal através da resolução de uma situação problema com a utilização do software geogebra**. 102f. [Dissertação de Mestrado profissional em Matemática], Universidade Federal de Goiás, 2014.

HERRERA, J.; MONROY, J.; HERNÁNDEZ, U. Un acercamiento a

la metodología lesson study para la enseñanza de la distribución normal. Rodríguez-Muñiz; Muñiz-Rodríguez; Aguilar González; Alonso; García (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 525- 534). Gijón: **SEIEM**, 2018.

LUNA, L. C.; GUIMARÃES. G. L. Aprendizagem de amostragem nos PCN e na BNCR e a influência nos livros didáticos. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v. 11, n. 1, 2021. 1-20.

MOORE, D. S. **A Estatística básica e sua prática**. 3ª ed. New York: W. H. Freeman and Company, 1995.

OLIVEIRA, M. M. **Como fazer projetos, relatórios, monografias, dissertações e teses**. 5.ª ed. Rio de Janeiro: editora Elsevier, 2011.

REYES, K.; Molina-Portillo, E.; Contreras, J. M. Comprensión del concepto de muestra por estudiantes chilenos de cuarto año medio de educación secundaria. Contreras; Gea; López-Martín; Molina-Portillo (Eds.), **Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística**, 2019.

TRIOLA, M. F. **Introdução à estatística: atualização da tecnologia**. (Tradução e revisão técnica: Ana Farias e Vera Flores). 10 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

Sobre os autores



André Felipe Queiroz Araújo: Doutor em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco - UFPE (2024). Mestre em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco - UFPE (2020). Especialista em metodologia e práticas pedagógicas no ensino de Matemática pela Universidade Cândido Mendes (2017).

Graduado em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade de Pernambuco – UPE (2015). Atualmente é professor da rede pública de Ensino de Pernambuco, atuando no Ensino Fundamental e Médio. Tem experiência nas áreas de Matemática e Educação, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Ensino e Aprendizagem de Matemática, Educação Estatística e Probabilística e Formação de Professores que ensinam Matemática.



Gilda Lisbôa Guimarães: Professora Titular do Departamento de Ensino e Currículo da Universidade Federal de Pernambuco. Graduada em Pedagogia pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (1982), Mestre em Psicologia Cognitiva pela Universidade Federal de Pernambuco (1994), Doutora em Psicologia Cognitiva pela Universidade Federal de Pernambuco (2002), com pós-doutorado na Universidad de Burgos/Espanha (2011) e na Université Laval/Canadá (2012). Professora da Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica - Edumatec. Pesquisa e orienta estudos na área de Educação Estatística relacionados ao ensino e a aprendizagem de professores e alunos. É líder do Grupo de Pesquisa do CNPQ - Grupo de Estudo em Educação Estatística no Ensino Fundamental - GREF.

LEITURA DOS DADOS, ENTRE OS DADOS E ALÉM DOS DADOS: O ENSINO DE GRÁFICOS ESTATÍSTICOS COM O USO DA PLANILHA ELETRÔNICA

Adriana Maiate Rosendo¹

Paula Cesaro²

Sidney Silva Santos³

1 Introdução

O conhecimento estatístico está presente em diversas situações do cotidiano. Vai além de uma simples interpretação de gráficos, tabelas e números, exigindo a compreensão dessas informações para possibilitar uma análise crítica dos dados fornecidos, incentivando o questionamento e a reflexão sobre sua precisão, o que fortalece a participação cidadã. Para Lopes (2010), a estatística desempenha um duplo papel: compreender uma sociedade complexa e apoiar a tomada de decisões em cenários de incerteza e variabilidade.

Nesse sentido, a escola tem um papel essencial ao promover aprendizagens significativas em estatística desde os anos iniciais do ensino fundamental, contribuindo para a formação de indivíduos questionadores e críticos. Segundo Viali e Ody (2020), a relevância do ensino de estatística no Brasil levou à sua inclusão nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) em 1998, no bloco de Tratamento da Informação, e, posteriormente, em 2017, foi consolidado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), agora como uma unidade temática intitulada Probabilidade e Estatística. Dessa forma, compreender como esses conceitos são abordados no ensino básico se torna uma questão central para pesquisadores e educadores em todo o país.

1 Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Universidade Cruzeiro do Sul - UNICSUL, e-mail: adriana.maiate@gmail.com

2 Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Universidade Cruzeiro do Sul - UNICSUL, e-mail: seelpagu@ig.com.br

3 Professor Doutor do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Universidade Cruzeiro do Sul - UNICSUL, e-mail: sidneyssantosnm@gmail.com

Entre as diferentes estratégias para inspirar o professor a desenvolver sua prática pedagógica, destaca-se o livro didático, o qual deve ser uma ferramenta que apoie o professor, sem substituir sua criatividade e autonomia pedagógica. Nesta direção, este artigo tem por objetivo analisar uma atividade envolvendo o ensino de gráficos estatísticos por meio do uso da planilha eletrônica proposta em um livro didático de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, aprovado pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) - 2024, sob a perspectiva da leitura dos dados, entre os dados e além dos dados representados em gráficos e tabelas estatísticas (Curcio, 1989).

Conforme Lajolo (1996), o livro didático, embora não seja o único recurso de ensino, exerce forte influência no processo de aprendizagem. Já Costa e Allevato (2010) ressaltam que o livro didático ocupa posição de destaque no contexto educacional, exercendo função significativa na condução das práticas pedagógicas desenvolvidas pelos professores em sala de aula junto aos seus estudantes.

Trata-se, portanto, de importante recurso utilizado pelos professores para o desenvolvimento de suas atividades como docentes. Diante disso, torna-se relevante investigar como as atividades propostas em livros didáticos abordam a construção e interpretação de gráficos e tabelas no ensino de estatística.

Este artigo integra uma dissertação de mestrado em andamento, realizada pela primeira autora junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL), sob orientação do terceiro autor, na linha de pesquisa Currículo, Avaliação e Formação de Professores no Ensino de Ciências e Matemática, e vinculada ao Grupo Interdisciplinar de Pesquisa em Educação Estatística e Matemática (GIPEEM), no qual a segunda autora é membro.

Na seção seguinte, apresentamos nossa fundamentação teórica, baseada nas ideias propostas por Curcio (1989) sobre a compreensão da linguagem gráfica, seguida pela metodologia do estudo, análise dos dados e considerações finais.

2 O ensino de gráficos estatísticos nos anos finais do ensino fundamental

O referencial teórico desta pesquisa tem por base evidenciar reflexões que permeiam o ensino de gráficos nos anos finais do ensino

fundamental. Nossas discussões se concentram em explorar o processo pelo qual os estudantes desenvolvem a habilidade de compreender, interpretar, construir e analisar gráficos, perpassando por diferentes níveis crescentes e cumulativos de compreensão dessa linguagem estatística. Curcio (1989) deu contribuições importantes na leitura dessas representações permitindo avaliar o entendimento alcançado na leitura gráfica em níveis graduais que variam desde uma leitura pontual a uma leitura crítica, que transcendem os dados presentes nos dados (inferência estatística).

Curcio (1989), distingue três níveis de compreensão da linguagem gráfica, a saber: leitura dos dados – primeiro nível, leitura entre os dados – segundo nível e leitura além dos dados – terceiro nível.

A leitura dos dados é o momento que o estudante identifica elementos pontuais do gráfico, retirando os fatos explícitos que nele estão representados, por exemplo: ler as informações descritas no eixo horizontal e no eixo vertical; ler as informações contidas na legenda, no título, na fonte na qual foram coletados os dados. Neste primeiro nível não se faz interpretação ou inferências sobre os dados. No segundo nível de compreensão da representação gráfica, leitura entre os dados, o aluno faz algumas interpretações e comparações entre as informações contidas no gráfico. É nesse nível que o estudante localiza frequências, identifica pontos máximos e mínimos, compara valores, observa variações entre frequências, estabelece relações matemáticas presentes no gráfico e realiza inferências simples a partir dos dados apresentados.

De acordo com Curcio (1989), esse é o nível mais comum na compreensão dos gráficos nos livros textos e material didático, espera-se que o aluno identifique tendências no gráfico e o relacionamento de ideias.

No que se refere ao terceiro nível, o estudante faz inferências ou prevê um determinado resultado ou acontecimento em função da experiência de seus conhecimentos e não apenas em informações apresentadas no gráfico. Ao atingir esse nível de compreensão os estudantes têm condições de formular perguntas além dos dados ali presente, extrapolando e fazendo previsões ou inferências a partir da interpretação desenvolvendo indícios de habilidades do Letramento Estatístico (Gal, 2002)⁴.

Quando se tratam de informações gráficas, Lopes (2004) diz que:

4 O Letramento Estatístico pode ser entendido como uma habilidade que envolve interpretar, avaliar criticamente e comunicar mensagens e informações utilizando a Estatística. (Gal, 2002, p. 1)

A aprendizagem da linguagem gráfica apresenta uma série de dificuldades que requerem atenção específica, pois é preciso um tratamento qualitativo paralelo a um quantitativo, já que a linguagem gráfica deve revelar o seu valor instrumental e atribuir significado à informação a ser comunicada (Lopes, 2004, p. 189).

Os gráficos e tabelas, portanto, não devem ser vistos como simples ilustrações, mas como elementos didáticos capazes de provocar questionamentos, inferências e discussões - habilidades fundamentais para uma formação crítica e cidadã. Nessa direção, os gráficos representam uma forma de expressar e organizar informações, possibilitando a comparação de dados e a visualização de relações matemáticas que, por vezes, não são facilmente perceptíveis por meio de representações numéricas (Curcio, 1989).

Lopes (2008) afirma que para que o ensino de estatística e probabilidade contribua efetivamente para esse propósito, é fundamental proporcionar aos alunos o contato com diferentes tipos de problemas relacionados ao cotidiano, permitindo-lhes a autonomia na escolha das estratégias mais adequadas para resolvê-los. Essa participação desde a coleta é capaz de promover um progresso na visualização de padrões existentes entre os dados e suas relações implícitas, transitando pelos níveis de compreensão da linguagem gráfica. Sendo assim, esses níveis estão diretamente relacionados à compreensão de gráficos na perspectiva do Letramento Estatístico.

Brasil (2017), com relação ao Ensino de Estatística nos anos finais do ensino fundamental, descreve na unidade temática probabilidade e estatística, objetos de conhecimento e habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes dessa etapa de escolarização. Seleccionamos as que se referem apenas ao Ensino de Estatística no que diz respeito a Leitura Tabular e Gráfica e listamos no quadro abaixo:

Quadro 1: Objetos do conhecimento e habilidades esperadas para alunos do 6º ano do ensino fundamental

Objetos de Conhecimento	Habilidades
Leitura e interpretação de tabelas e gráficos (de colunas ou barras simples ou múltiplas) referentes a variáveis categóricas e variáveis numéricas	(EF06MA31) Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráficos. (EF06MA32) Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.
Coleta de dados, organização e registro. Construção de diferentes tipos de gráficos para representá-los e interpretação das informações.	(EF06MA33) Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e textos.
Diferentes tipos de representação de informações: gráficos e fluxogramas	(EF06MA34) Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados (por exemplo, posição de cidades considerando as estradas que as unem, hierarquia dos funcionários de uma empresa etc.).

Fonte: Brasil (2017, p. 305)

Destacamos, com relação ao Quadro 1, que no que diz respeito à leitura tabular e gráfica, os dados evidenciam a importância de os alunos desenvolverem habilidades para compreender informações apresentadas visualmente, interpretar dados de forma crítica e aplicar esse conhecimento na resolução de situações-problema do cotidiano. Tais competências tornam os estudantes mais preparados para lidar com o grande volume de informações que circulam na sociedade contemporânea, promovendo o letramento estatístico nos anos finais da escolarização.

Brasil (2017) chama a atenção para o uso de planilhas eletrônicas na representação de conjuntos de informações estatísticas por meio de tabelas e gráficos. Entendemos que o uso desses recursos otimiza o tempo didático dedicado à organização e representação dos dados, permitindo

que sobre mais tempo para a análise crítica de seus elementos, favorecendo a interpretação e a relação com os contextos a que se referem.

Com base nesses pressupostos, apresentamos a seguir os procedimentos metodológicos da pesquisa, que orientaram a seleção, análise e interpretação dos dados documentais utilizados neste estudo.

3 Procedimentos metodológicos

O presente recorte da pesquisa em andamento possui um cunho de investigação qualitativa, de tipologia documental, visto que os nossos dados “são estritamente provenientes de documentos, com o objetivo de extrair informações neles contidas, a fim de compreender um fenômeno” (Kripka; Scheller; Bonotto, 2015, p. 58). Entendemos a tipologia documental como uma classificação dos documentos de acordo com suas características intrínsecas, como origem, forma, conteúdo e finalidade. Ela facilita a organização e análise dos documentos em uma pesquisa (Lakatos; Marconi, 2003).

Cellard (2008) destaca que utilizar documentos em pesquisas qualitativas nos possibilita uma maior compreensão da sociedade, dando uma dimensão de tempo. A análise de um documento nos permite também ter uma noção de evolução dos indivíduos, conceitos, grupos, conhecimentos e comportamentos, entre outros.

Para a seleção e análise das atividades utilizamos algumas das características da Análise de Conteúdo proposta por Bardin (1977), estruturadas nas seguintes etapas: pré-análise; exploração do material, categorização ou codificação; tratamento dos resultados, inferências e interpretação.

Na primeira fase de *pré-análise* realizamos a escolha dos documentos (livro didático de matemática do 6º ano do ensino fundamental) que serão submetidos à análise (corpus da pesquisa), a formulação das hipóteses e dos objetivos da pesquisa que irão fundamentar as análises finais.

A escolha do livro didático de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental como corpus desta pesquisa se justifica pela relevância que esse material assume no contexto escolar e por ter sido amplamente utilizado nas escolas brasileiras⁵, especialmente por apresentar propostas que

5 Pesquisa efetuada no Relatório de escolha PNLD 2024. Disponível em: Escolha PNLD 2024 – Processos Estatísticos, Combinatórios e Probabilísticos Objeto 1- Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (www.gov.br). Acesso em: 24 agosto 2024.

envolvem o uso de recursos tecnológicos aplicados à leitura e interpretação de dados estatísticos.

Para a exploração do material escolhido, fizemos um trabalho preparatório a partir da escolha deste documento visando a categorização e a contagem da frequência das atividades.

O primeiro passo da análise do livro didático foi a identificação das atividades relacionadas ao ensino de gráficos e tabelas, e as orientações ao professor relacionadas a essas atividades. A partir dessa seleção, as categorias começaram a emergir conforme as diferentes abordagens e habilidades envolvidas nas tarefas.

As categorias identificadas refletem as principais formas de interação dos alunos com gráficos e tabelas, e foram as seguintes: *distribuição percentual* - contemplam atividades que abordam cálculos percentuais e comparativos das proporções dentro de um conjunto de dados; *compreensão da linguagem tabular* - envolve atividades de ensino sobre reflexão, discussão, análise, interpretação e construção de dados estatísticos representados em tabelas; *compreensão da linguagem gráfica* - direcionada às atividades de ensino com diferentes tipos de gráficos estatísticos; e *compreensão da linguagem tabular e gráfica* - envolve atividades de ensino que exigem a transição de uma representação tabular para outra gráfica ou vice-versa.

Para atender o objetivo proposto, analisamos o livro didático do 6º ano do ensino fundamental intitulado “A Conquista da Matemática”, de Júnior (2022). Essa escolha se justifica por se tratar de um livro aprovado pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) em 2024 e amplamente utilizado no estado de São Paulo, sendo o mais adotado pelas escolas dessa região, de acordo com os dados fornecidos no Relatório de Escolha do PNLD 2024, pelo Brasil (2024), e sua utilização ter duração quadrienal.

Para cada livro inscrito, no Guia do PNLD, há uma resenha disponível que destaca suas principais características e abordagens pedagógicas. Conforme descrito no Guia do PNLD:

A coleção aborda a Matemática de forma contextualizada, diversificada e interdisciplinar, por meio da exploração de metodologias ativas. Observa-se, nas orientações ao (à) professor (a), que a coleção procura desenvolver uma proposta de aprofundamento e consolidação do conteúdo, por meio de atividades, leituras e discussões em pequenos grupos e coletivas. Em todos os volumes, nota-se que a coleção procura se apoiar na resolução de problemas, favorecendo o desenvolvimento da argumentação, buscando estabelecer conexões entre o letramento,

pensamento matemático e pensamento computacional. (Brasil, 2024, p. 116)

Nossa fase de exploração envolveu a seleção do livro didático do 6º ano do ensino fundamental e, em seguida, realizamos um mapeamento dos índices para identificar atividades relacionadas à leitura tabular e gráfica. Questões compostas por múltiplos itens foram contabilizadas separadamente, pois cada item poderia apresentar classificações distintas conforme as categorias de análise. Posteriormente, categorizamos cada atividade de acordo com os critérios estabelecidos.

A partir dessa etapa, buscamos evidenciar como os conteúdos relacionados à leitura de tabelas e gráficos são efetivamente encontrados na coleção investigada, bem como refletir sobre as potencialidades e os limites do material na promoção do letramento estatístico nos anos finais do Ensino Fundamental.

Na sequência, apresentamos as discussões organizadas conforme as categorias de análise, com o objetivo de aprofundar a compreensão sobre como tais elementos são abordados nos livros didáticos selecionados e em que medida favorecem o desenvolvimento de habilidades estatísticas nos estudantes.

4 Apresentação, descrição, análise e discussões das atividades

Uma análise inicial da atividade descrita na Figura 1, que é contextualizada a partir de um problema relevante relacionado ao cuidado com a saúde na “Era Digital”, favorece a conexão dos estudantes com o tema, pois envolve a interpretação e análise de dados referentes ao tempo de exposição às telas por adolescentes. A atividade apresenta uma notícia sobre o uso excessivo de telas digitais e seus impactos na saúde dos adolescentes, estando organizada com um texto introdutório, uma pesquisa feita pelo professor com os alunos do 6º ano e uma pergunta sobre o tempo de exposição às telas.

Figura 1- Compreensão da linguagem tabular e gráfica



ERA DIGITAL E O CUIDADO COM A SAÚDE

Quanto tempo você fica exposto às telas durante o dia? Muitas pesquisas indicam que o uso prolongado ou excessivo de tecnologias, como celulares, computadores, videogames, entre outras, pode causar prejuízos à saúde.

De acordo com a Sociedade Brasileira de Pediatria (SBP), adolescentes com idades entre 11 e 18 anos devem limitar o tempo de telas e jogos de videogame a 2 ou 3 horas por dia e nunca jogar a noite inteira, privando-se do sono. A recomendação para todas as idades é desligar as telas durante as refeições e 1 ou 2 horas antes de dormir.

Fonte dos dados: EISENSTEIN, Evelyn et al. *Manual de orientação: #menos telas #mais saúde*. Rio de Janeiro: SBP, dez. 2019. p. 7. Disponível em: https://www.sbp.com.br/fileadmin/user_upload/22246c-ManOrient_-_MenosTelas_MaisSaude.pdf. Acesso em: 29 jun. 2022.

O professor fez uma pesquisa para saber quanto tempo os estudantes da turma do 6º ano ficam expostos às telas. Para isso, eles responderam à seguinte pergunta:

Quanto tempo, aproximadamente, você fica exposto às telas por dia (celular, televisão, computador, videogame etc.)?

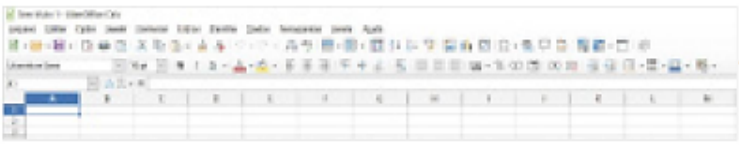
☐ Menos de 2 h. ☐ De 2 h a 5 h. ☐ Mais de 5 h e menos de 8 h. ☐ Mais de 8 h.

Depois, o professor organizou as respostas obtidas em uma tabela. Para isso, ele usou a planilha eletrônica Calc do software LibreOffice. Acompanhe como ele fez.

SAIBA QUE

O LibreOffice é um conjunto completo de softwares para uso doméstico ou em escritórios. Existem versões em mais de 20 idiomas, inclusive para o português, nos principais sistemas operacionais. Para baixar gratuitamente, acesse <https://www.libreoffice.org/download/download/> (acesso em: 30 jun. 2022).

 Ele abriu o LibreOffice Calc e acessou a planilha eletrônica, em que as colunas são identificadas pelas letras do alfabeto, e as linhas são numeradas, como mostra a imagem.

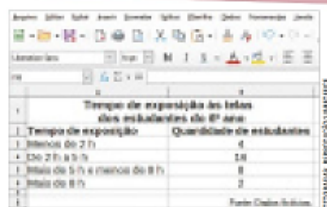


A atividade proposta apresenta uma abordagem contextualizada, destacando a fonte de pesquisa e o título que se refere à investigação. O texto da atividade também cita a recomendação da Sociedade Brasileira de Pediatria (SBP) para que adolescentes de 11 a 18 anos limitem o uso

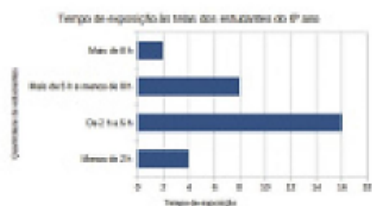
de telas a, no máximo, 2 a 3 horas por dia. Após apresentar a notícia, o texto descreve que um professor realiza uma pesquisa com os alunos do 6º ano para investigar o tempo que passam em frente às telas. As respostas são agrupadas em cinco intervalos de tempo: menos de 2 horas, de 2 a 5 horas, mais de 5 e menos de 8 horas, e mais de 8 horas. Em seguida, a atividade sugere que os dados sejam organizados em um software chamado *LibreOffice* para construir uma tabela. A partir disso, as crianças poderão responder às atividades com base na Figura 2.

Figura 2 – Compreensão da linguagem tabular e gráfica

- 2 Para preencher a planilha eletrônica com os dados obtidos na pesquisa, ele posicionou o cursor do mouse sobre a célula a ser preenchida e digitou os dados, até obter esta tabela.
- Em seguida, ele construiu um gráfico de barras horizontais usando a planilha eletrônica.
- 3 Para construir o gráfico de barras com os dados da tabela, ele clicou com o botão direito do mouse na célula A2 e, com o botão pressionado, arrastou o cursor até a célula B6, selecionando todos os dados da tabela. Em seguida, pressionou o ícone  para abrir o **Assistente de gráficos**, escolheu **1. Tipo de gráfico**, depois selecionou **Barra** e, em seguida, **Finalizar**.
- 4 Clicando sobre o gráfico com o botão esquerdo do mouse e, logo em seguida, com o botão direito, ele selecionou a opção **Editar** e incluiu os títulos. Observe o gráfico que ele obteve.



Tempo de exposição	Quantidade de estudantes
Intervalo de 2 h	4
De 2 h a 5 h	14
Intervalo de 5 h e menos de 8 h	8
Intervalo de 8 h	2



Fonte: Dados fictícios.

Agora, com um colega, explorem os recursos da planilha eletrônica e faça o que se pede no caderno.

- Quanto tempo a maioria dos estudantes da turma do 6º ano fica exposta às telas durante o dia? *De 2 h a 5 h.*
- Realizem uma pesquisa para saber quanto tempo os colegas de turma ficam expostos às telas diariamente. Vocês podem usar a pergunta apresentada anteriormente ou outra que julgarem pertinente. Em seguida, organizem os dados em uma tabela e construam um gráfico usando uma planilha eletrônica, seguindo os passos apresentados.
 - Quanto tempo a maioria dos estudantes da turma fica exposta às telas durante o dia?
 - Esse tempo está dentro do recomendado pela Sociedade Brasileira de Pediatria? Se não, elaborem estratégias para que esse tempo possa ser reduzido.
 - Elaborem um texto que sintetize os dados obtidos na pesquisa, comparando-os com as recomendações médicas. Além disso, indiquem alguns dos problemas de saúde causados pelo excesso de exposição às telas e apresentem sugestões de cuidar melhor da saúde.

A Figura 2 continua explorando o tema do uso excessivo de telas digitais, abordando o tratamento e a representação dos dados coletados na atividade anterior. Ela propõe que os estudantes explorem o recurso digital para organizar e representar os dados coletados sobre o tempo de exposição às telas dos estudantes fictícios do 6º ano. A atividade solicita a criação de uma tabela, seguida da construção de um gráfico de barras horizontais utilizando o software *LibreOffice Calc*, além da edição e personalização do gráfico, inserindo títulos.

Após essa etapa, os estudantes são convidados a refletir com base no que criaram, respondendo qual é o tempo que os estudantes do 6º ano da situação fictícia ficam expostos às telas diariamente. Em uma segunda etapa, os alunos realizam uma pesquisa com seus próprios colegas, reproduzindo a pesquisa anterior com dados reais. Posteriormente, realizam o mesmo processo de organização e representação dos dados coletados e fazem uma análise crítica sobre o tempo de exposição às telas, verificando se os resultados estão ou não de acordo com as recomendações da SBP. Caso não estejam, são incentivados a propor estratégias para a redução do uso.

Além disso, é sugerido que os alunos realizem uma pesquisa sobre os motivos pelos quais o uso excessivo de telas pode ser prejudicial à saúde. As orientações do Manual do Professor indicam que essa pesquisa seja realizada com um grupo pequeno, no qual todos os participantes sejam entrevistados, como em uma pesquisa censitária. Ele orienta a pensar na organização da coleta de dados e como isso pode ajudar a entender melhor os resultados e até expandir a atividade. Se o público for variado, por exemplo, com diferentes idades, é importante adaptar o questionário. Também se destaca a importância de manter a neutralidade como entrevistador e de respeitar a privacidade dos participantes, explicando que a pesquisa só é válida se as respostas forem honestas.

Com relação aos níveis de leitura tabular e gráfica propostos por Curcio (1989), observa-se que o uso de dados fictícios para criar gráficos e tabelas pode prejudicar a conexão dos estudantes com a realidade, pois não se trata de um contexto autêntico. Utilizar dados coletados diretamente pelos próprios estudantes, desde o início da atividade, poderia proporcionar uma experiência mais significativa e autêntica, permitindo que os alunos percebessem o impacto dos dados reais nos resultados desde o início.

A utilização das planilhas eletrônicas nesse processo potencializa ainda mais a experiência, pois permite aos alunos organizarem os dados coletados de forma estruturada, ganhando tempo para análise dos dados.

No entanto, é importante destacar que o uso dessas ferramentas, por si só, não garante uma aprendizagem efetiva. A ênfase exclusiva na ferramenta pode levar a um entendimento limitado dos dados.

Nesse sentido é fundamental que o uso da ferramenta venha acompanhado de momentos de reflexão, discussão e interpretação crítica dos resultados.

Os estudantes precisam ser incentivados a ir além da construção dos gráficos, questionando os dados obtidos, analisando possíveis contradições, pensando sobre as decisões tomadas durante a pesquisa e relacionando os resultados com situações do cotidiano.

Outra limitação observada diz respeito à falta de uma discussão prévia sobre os impactos do uso excessivo de telas. Antes de iniciar a coleta e a organização dos dados, seria importante propor um debate sobre os possíveis riscos à saúde, como problemas de visão e sedentarismo. Isso ajudaria os alunos a compreenderem melhor a relevância da pesquisa antes de realizá-la.

A atividade, embora bem estruturada, concentra-se principalmente na representação gráfica e na transição da representação tabular para a gráfica, dedicando pouco espaço para que os alunos reflitam sobre os significados dos resultados obtidos ou sobre o próprio processo de construção da tabela, que também poderia ser mais explorado. Apenas na última etapa há espaço para tal reflexão, o que limita parcialmente o potencial da atividade. Para aprimorá-la, seria interessante incorporar momentos de discussão ao longo de todas as etapas, promovendo questionamentos como: “O que podemos deduzir a partir desses dados?”, “Por que organizamos assim e não de outra forma?”, ou “Como a escolha da escala influencia a interpretação do gráfico e os resultados?”. Além disso, propor que os próprios alunos construam a tabela a partir dos dados pode ampliar a compreensão sobre a estrutura e a finalidade da representação tabular, favorecendo uma abordagem mais investigativa e crítica.

Em relação ao tipo de gráfico escolhido, o uso de barras horizontais é interessante e didático. No entanto, a atividade poderia aproveitar para explorar outros tipos de gráficos, como gráficos de pizza ou colunas, para que os alunos compreendam as vantagens e limitações de cada formato na visualização e interpretação de dados desse tipo de pesquisa.

Portanto, a atividade possui um potencial significativo para promover habilidades de construção usando planilha eletrônica, leitura e interpretação gráfica, mas pode ser aprimorada por meio do uso de dados

reais desde o início e pela ampliação das discussões críticas sobre o tema e a interpretação dos resultados, como sugerido por Lopes (2008).

5 Considerações finais

Nesse artigo, propusemos analisar atividades que aborda a compreensão da linguagem gráfica, relacionada ao ensino de gráficos no ensino fundamental, sob a perspectiva dos níveis de compreensão da linguagem gráfica proposta por Curcio (1989), em um livro didático do 6.º ano aprovado pelo PNLD de 2024.

Entendemos que as atividades analisadas demonstram uma preocupação com a importância da fonte dos dados para garantir sua confiabilidade. No entanto, no que diz respeito à construção de gráficos e tabelas, não houve uma proposta clara de interpretação crítica sobre os dados representados desde o início da atividade, permanecendo muitas vezes apenas na etapa de construção fazendo o uso de dados fictícios. Da mesma forma, a abordagem sobre a interpretação de gráficos está centrada apenas na elaboração dos eixos, títulos e fontes dos gráficos, ou no preenchimento de informações previamente selecionadas pela ferramenta eletrônica, deixando de lado a análise e reflexão sobre o significado dos dados apresentados.

Assim, identificamos que essas atividades têm potencial de contemplar todos os níveis de compreensão da linguagem gráfica propostos por Curcio (1989), porém, embora a construção gráfica seja relevante, era necessário um foco na análise crítica dos resultados obtidos desde o início do processo para que esse nível pudesse ser atingido. Muitas vezes o livro didático não deve ser o único recurso a ser apresentado aos alunos, podendo expandir a atividade a outras perspectivas levando em consideração a realidade escolar. Já o uso da ferramenta tecnológica, pode agilizar o processo de construção e permitir que o tempo da aula, que muitas vezes seria utilizado somente na elaboração manual, seja direcionado para a análise e interpretação dos dados, e formulação de hipóteses.

Nesse sentido, para que os estudantes possam exercer sua cidadania de maneira ativa e crítica, é necessário que estejam envolvidos em todo o processo da investigação estatística, desde a coleta dos dados até a representação gráfica. Isso deve considerar não apenas as informações previamente disponíveis, mas também o conhecimento prévio e a realidade dos estudantes, garantindo que a aprendizagem tenha um significado mais

profundo e relevante para suas vidas. Dessa forma, a formação estatística contribui significativamente para a construção de uma cidadania ativa e reflexiva.

Referências

- BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2017. Disponível em: [http:// basenacionalcomum.mec.gov.br/download-da-bncc](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/download-da-bncc). Acesso em: 30 maio 2024.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Relatório de escolha PNLD 2024**, DF: MEC 2024. Disponível em: Escolha PNLD 2024 – Processos Estatísticos, Combinatórios e Probabilísticos Objeto 1 — Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (www.gov.br). Acesso em: 24 agosto 2024.
- CELLARD, André. “**A análise documental**”. In: POUPART, Jean. A Pesquisa Qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos. Petrópolis: Vozes, 2008, p. 295-316.
- CURCIO, Frances R. **Developing Graph Comprehension. Elementary and Middle School Activities**. National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 1906 Association Drive, Reston, VA 22091, 1989.
- GAL, Iddo. **Adult’s statistical literacy: meanings, components, responsibilities – appears**. International Statistical Review, v. 70, n. 1, p. 1 – 33, 2002.
- JÚNIOR, José Ruy Giovanni **A conquista matemática: 6º ano: ensino fundamental: anos finais**. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.
- KRIPKA, Rosana Maria Luvezute; SCHELLER, Morgana; BONOTTO, Danusa de Lara. **Pesquisa documental na pesquisa qualitativa: conceitos e caracterização**. Revista de Investigaciones de la UNAD, v. 14, n. 2, 2015.
- LAJOLO, Marisa. **Livro didático: um (quase) manual de usuário**. Revista Em Aberto. Brasília, ano 16, n. 69, p. 2-9, jan./mar. 1996.
- LAKATOS, Eva Maria. MARCONI, Marina de Andrade. Fundamentos

de metodologia científica, v. 5, p. 223, 2003.

LOPES, Celi Aparecida Espasandin. **Literacia estatística e o INAF 2002**. IN: FONSECA, Maria da Conceição F. R. (org.) Letramento no Brasil – Habilidades Matemáticas. São Paulo: Global, 2004. P. 187 a 197.

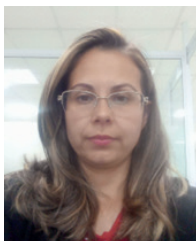
LOPES, Celi Aparecida Espasandin. **A Educação Estatística no Currículo da Matemática: Um ensaio teórico**. In: Reunião Anual da ANPED. 33., 2010, Caxambu (MG). Educação no Brasil: o balanço de uma década. Caxambu: ANPED, 2010.

VIALI, Lori; ODY, Magnus Cesar. **A produção brasileira em Educação Estatística avaliada pela análise das teses**. Educação Matemática Pesquisa, v. 22, n. 1, p. 068-094,

Sobre os autores



Adriana Maiate Rosendo: Possui graduação em Pedagogia pela Universidade Cruzeiro do Sul (2012) e graduação em Análise e Desenvolvimento de Sistemas pela Universidade Cruzeiro do Sul (2023), atualmente, é Mestranda no Programa de Pós-graduação no Ensino de Ciências pela Universidade Cruzeiro do Sul, e membro do Grupo Interdisciplinar de Pesquisa em Educação Estatística e Matemática - GIPEEM. Tem experiência como docente na área de Educação Matemática e atua como professora de matemática e computação na rede privada de ensino. É sócia da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).



Paula Cesaro: Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul. Licencianda em Licenciatura em Matemática. Bacharel em Administração de Empresas e Engenharia Civil, pós-graduada em Gestão de Projetos pela UNICSUL e MBA em Gestão Empresarial pela FGV. Atuo como analista no setor de operações acadêmicas da Diretoria de Educação

Continuada, do grupo da Cruzeiro do Sul Virtual.

Lattes: <https://lattes.cnpq.br/8155741422387922>

ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-3234-7623>

E-mail: seelpagu@gmail.com



Sidney Silva Santos: Pós-doutor em Educação pela PUC-Campinas (2024), doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (2022) e mestre em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo (2016). Licenciado em Matemática (2007) e em Pedagogia (2017). Professor do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências da

Universidade Cruzeiro do Sul, na linha de pesquisa “Currículo, Avaliação e Formação de Professores no Ensino de Ciências e Matemática”. Líder do GIPEEM e membro do GT12 de Educação Estatística da SBEM. Atua também como professor de Matemática nos anos finais do ensino fundamental na Secretaria Municipal de Educação de Praia Grande.

DA TEORIA À PRÁTICA: A APLICAÇÃO DO MÉTODO ESTATÍSTICO COM O APOIO DAS TDIC NA ESCOLA PÚBLICA

Stephanie Coelho Teista Alves¹

Elemilson Barbosa Caçandre²

Allan da Silva Conceição³

1 Introdução

A Matemática como componente curricular da Educação Básica é colocada, em algumas situações, como algo desconexo da realidade dos estudantes, causando neles um certo estranhamento quando submetidos a conceitos mais abstratos. Porém, no que se refere à estatística, área da matemática responsável por compreender fenômenos e identificar padrões, há uma proximidade muito maior entre ela e a realidade.

Mesmo com essa proximidade, é observado em alguns momentos que o ensino da estatística não considera o contexto dos estudantes, o que torna seus conceitos trabalhados em sala de aula desprovidos de significado (Samá; Moura; Santos, 2019). Mas no que se refere ao seu processo de ensino e aprendizagem, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), estabelece que seu ensino tenha como finalidade fazer com que o aluno possa construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem, frequentemente, em seu dia a dia (Brasil, 2018).

Assim, um ensino de conceitos matemáticos que se pautar na realidade dos estudantes se faz ainda mais necessário atualmente, tendo em vista que os resultados, em avaliações somativas e de larga escala, obtidos na disciplina de Matemática não se mostraram satisfatórios (Costa, 2019).

1 Especialista em Matemática, suas tecnologias e o mundo do trabalho. Licenciada em Matemática. E-mail:stephanie.teista@hotmail.com

2 Mestre em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores. Especialista em Metodologias de Ensino de Matemática e Física, Matemática Financeira e Estatística, e Gestão, Supervisão e Orientação Escolar. Licenciado em Matemática e Física. E-mail: elemilson1010@hotmail.com

3 Mestre em Biociências e Biotecnologia. Especialista em Biologia Celular, Biologia Molecular, Microbiologia e Análises Clínicas. E-mail:conceicao.allans@gmail.com

Desta forma, o uso de tecnologias digitais se apresenta como uma possível ferramenta para melhorar os resultados da disciplina de matemática, uma vez que ela pode tornar os estudantes protagonistas no processo de ensino-aprendizado.

A BNCC também ressalta a importância de compreender, usar e criar tecnologias digitais de forma crítica, significativa, reflexiva e ética (Brasil, 2018). Além disso, as tecnologias digitais demonstram serem importantes para a promoção da inclusão. No contexto da educação de deficientes visuais, por exemplo, recursos como leitores de telas e protótipos táteis facilitam o processo de ensino e aprendizagem (Pinho *et al.*, 2023), com estudos indicando sua aplicação em diversos ambientes educacionais.

Contudo, é essencial que essas tecnologias não reforcem modelos educacionais tradicionais e autoritários (Souza; Karlo-Gomes, 2023). A simples presença de ferramentas digitais não garante práticas inovadoras, sendo a abordagem pedagógica do professor o elemento central para a transformação do ensino. Também é fundamental considerar as desigualdades de acesso à internet e a dispositivos tecnológicos, que podem ser agravadas pelo uso exclusivo dessas ferramentas (Silva *et al.*, 2023).

Em síntese, as tecnologias digitais constituem recursos com potencial de transformar a educação, tornando-a mais acessível, flexível, envolvente e alinhada às exigências da sociedade contemporânea (Souza; Karlo-Gomes, 2023; Silva *et al.*, 2023). No entanto, sua real relevância está na forma como são integradas às práticas pedagógicas, considerando o letramento digital, a diversidade dos estudantes e o objetivo de promover uma educação crítica e significativa (Souza; Karlo-Gomes, 2023). A articulação entre Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) e metodologias ativas, por fim, representa um desafio adicional a ser enfrentado pelas iniciativas educacionais (Silva *et al.*, 2023).

Campos, Silva e Azevedo (2019) e Damin *et al* (2019) apresentam em seus estudos que o ensino da estatística, com o auxílio de ferramentas digitais, como as planilhas do Google e outros instrumentos, proporciona um maior engajamento pelos estudantes, que resulta em uma melhora nos resultados. Assim, indo ao encontro desta perspectiva, a Secretaria Estadual de Educação do Espírito Santo (SEDU) propõe, em suas orientações curriculares, o uso de tecnologias no ensino da matemática, indicando uso de softwares e demais ferramentas para se ensinar não só a estatística (SEDU, 2025).

Mediante a isso, este artigo apresenta um relato de experiência e uma análise de sua aplicação no ambiente escolar, seguindo os princípios da pesquisa estatística, realizada pelos estudantes da terceira série do ensino médio de duas escolas estaduais de Cachoeiro de Itapemirim - ES, em que os estudantes buscaram compreender na prática como se dá a aplicação das pesquisas censitárias e as análises dos dados gerados nela.

Diante do exposto, este estudo busca responder à seguinte questão-problema: como a realização de uma pesquisa estatística censitária, com o uso de ferramentas digitais, pode contribuir para o ensino e aprendizagem da estatística na terceira série do ensino médio, promovendo um aprendizado com significado? O objetivo é analisar qualitativamente o impacto da atividade prática e do uso das TDIC no desenvolvimento de competências estatísticas, como a coleta, organização, análise e interpretação de dados, considerando variáveis qualitativas e quantitativas.

2 Por que ensinar estatística?

A grande presença de dados, tabelas e gráficos no cotidiano, em redes sociais, jornais, publicidades, pesquisas governamentais, torna a estatística uma ferramenta imprescindível para a formação de cidadãos. Como dito por Lopes (2008),

Não basta ao cidadão entender as porcentagens expostas em índices estatísticos, como o crescimento populacional, taxas de inflação, desemprego... É preciso analisar/relacionar criticamente os dados apresentados, questionando/ponderando até mesmo sua veracidade. Assim como não é suficiente ao aluno desenvolver a capacidade de organizar e representar uma coleção de dados, faz-se necessário interpretar e comparar esses dados para tirar conclusões (Lopes, 2008. p. 60).

Com isso, entende-se que ensinar estatística vai além da memorização de fórmulas e da construção de gráficos: trata-se de desenvolver nos estudantes a capacidade de ler, interpretar, compreender e questionar os dados que os rodeiam em diferentes contextos, assim como em todos os conceitos matemáticos, como defendido por Lorenzato (2010).

Ademais, na sociedade atual, expressa pelo excessivo quantitativo de informações, dados e números, marcados pela velocidade com que circulam, é comum nos depararmos com gráficos manipulados, interpretações enviesadas de pesquisas e conclusões precipitadas baseadas em dados incompletos ou em pequenas amostras tidas como verdade

absoluta. Diante disso, é impreterível que a escola ofereça aos estudantes ferramentas que os possibilitem analisar criticamente essas informações e tomar decisões conscientes.

Para Gal (2002), o letramento estatístico envolve não apenas habilidades técnicas, como calcular médias e desvios, mas também a habilidade de gerar pesquisas, formular perguntas, avaliar fontes, interpretar gráficos e tabelas e compreender o contexto em que os dados foram produzidos. Ao desenvolver tais competências, a estatística se volta para uma proposta de educação para a cidadania ativa e reflexiva.

Além disso, a BNCC disserta sobre a importância do ensino de estatística desde os anos iniciais do ensino fundamental, visando seu papel na compreensão do mundo e na responsabilidade dos indivíduos na sociedade. Assim, a construção e análise de gráficos, a interpretação de tabelas e a leitura de dados são habilidades previstas em todos os segmentos da educação básica, demonstrando a importância transversal e formativa desse campo da matemática, sendo também utilizada em outras áreas do conhecimento (Brasil, 2018).

Portanto, como defendido pelos autores supracitados, ensinar estatística é instigar os estudantes a pensar criticamente, estimular a questionem para além dos números, fazer com que compreendam os limites de uma pesquisa, identifiquem possíveis manipulações e que busquem argumentar com base em evidências. Na sociedade contemporânea, um mundo movido por dados, formar sujeitos estatisticamente letrados é formar cidadãos mais autônomos, conscientes e preparados para os desafios do presente e do futuro.

3 A Estatística no Ensino Médio

O estudo de estatística no Ensino Médio vem se mostrando cada vez mais importante frente ao crescente uso de dados e informações quantitativas no cotidiano. Pautando-se na BNCC, a estatística precisa ser abordada de maneira significativa e contextualizada, visando desenvolver nos estudantes habilidades como a análise, a interpretação e a argumentação com base em dados (Brasil, 2018).

A necessidade estabelecida pela BNCC torna-se também evidente nos currículos estaduais, como é o caso do Espírito Santo. Nesse documento, observa-se que o ensino de estatística é apresentado como algo articulado ao contexto do estudante, conforme expresso na habilidade

EM13MAT316, que prevê que o aluno seja capaz de “resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvam cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão)” (SEDU, 2025, p. 23).

Atualmente, é comum nos depararmos, principalmente na internet e nas redes sociais, com a circulação de dados estatísticos mal interpretados ou tendenciosos, a fim de manipular a opinião pública ou reforçar certos discursos. Essas representações, majoritariamente visuais e aparentemente neutras, podem esconder vieses significativos, seja pela má escolha do tipo de gráfico, por erros na escala ou pela omissão de informações relevantes (Cromey, 2010 *apud* Nakamura-Gonino e Araújo).

No contexto do Ensino Médio, os estudantes possuem senso crítico em desenvolvimento, maior maturidade cognitiva, quando comparado ao Ensino Fundamental, e isso os beneficia uma vez que os ajuda a enxergar quando há equívocos e manipulações em algum dado. De acordo com a BNCC (2018), um dos papéis da escola é promover a formação de cidadãos críticos e conscientes, que sejam capazes de compreender e interpretar dados de maneira fundamentada e ética.

Ressalta-se que, na área da Matemática, a BNCC destaca que o trabalho com estatística e a probabilidade deve dar ênfase a análise crítica de informações veiculadas em diferentes mídias. Assim, os docentes devem proporcionar ações pedagógicas que possam desenvolver a habilidade de:

planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos (Brasil, 2018 p.548).

Assim, ao explorar exemplos reais retirados das redes sociais, algo que está presente no cotidiano da maioria dos estudantes, público-alvo do Ensino Médio, o ensino de Estatística pode tornar-se não apenas mais relevante e significativo, mas também um instrumento essencial para a formação cidadã dos jovens (Berbel, 2011).

O Uso de Tecnologias Digitais no Ensino de Matemática

O estímulo ao uso de tecnologias digitais no ensino de matemática tem sido uma estratégia para aumentar as possibilidades de ensino e aprendizagem, principalmente quando falamos de desenvolvimento do pensamento e letramento estatístico (Gal, 2002). As tecnologias podem

auxiliar o desenvolvimento da estatística em dois contextos: o entendimento dos dados apresentados e na coleta e análise dos dados.

Como dito por Estevam e Kalinke (2013, p.3), os recursos digitais “podem caracterizar uma ferramenta de apoio poderosa ao ensino de Estatística, uma vez que suas características podem favorecer a tomada de consciência e compreensão de determinados conceitos estatísticos e probabilísticos.” Neste contexto, ferramentas como planilhas digitais, softwares de visualização de dados e gráficos interativos contribuem para que os estudantes não apenas enxerguem informações, mas ainda reflitam sobre os significados dos dados e suas aplicações no mundo real.

Além disso, as tecnologias digitais podem auxiliar os estudantes no processo de letramento estatístico (Gal, 2002) na fase da coleta e análise dos dados. Ao utilizar recursos como planilhas eletrônicas e Google Forms para a formulação de instrumentos de coleta de dados, os estudantes são incentivados a iniciar um processo investigativo que aborda práticas estatísticas sociais e científicas. Essa abordagem visa reforçar a ideia de que a estatística não deve ser ensinada de maneira descontextualizada e que a coleta de dados não precisa ser feita sempre com papel, caneta e andando pela cidade para obter dados.

Na Rede Estadual de Ensino do Espírito Santo, a estatística vem sendo abordada de forma estruturada e sistemática por meio das Rotinas Pedagógicas Escolares (RPE). Esse material, elaborado e disponibilizado por e para professores da SEDU, oferece um planejamento de aulas completo e detalhado, que aborda tanto a teoria necessária para aulas expositivas e desenvolvimento do conteúdo, quanto exemplos resolvidos, listas de questões contextualizadas e atividades retiradas de exames como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e vestibulares. Trata-se de um material rico, visualmente atrativo e cuidadosamente diagramado, o que contribui para despertar o interesse tanto de docentes quanto de estudantes.

Vale ressaltar que, apesar dos professores receberem os materiais estruturados, prontos para a aplicação, cabe ao docente em seu momento de planejamento a apropriação, realizar a revisão do conteúdo e ajuste às realidades dos estudantes, pois como apontado Libâneo (2013, p. 245), “o planejamento é um meio para se programar as ações docentes, mas é também um momento de pesquisa.”

Assim, as RPEs servem de suporte para o trabalho docente, mas não suprimem a necessidade do pensamento crítico do professor e adaptação

às realidades dos estudantes. Evidenciando que um planejamento bem estruturado, com objetivos claros e materiais de apoio adequados é essencial para uma prática docente eficaz.

Nesse sentido, o planejamento pedagógico alinhado às habilidades previstas na BNCC contribui de maneira significativa para o processo de aprendizagem. A parte teórica do material disponibilizado pela SEDU serve tanto como subsídio para o preparo prévio dos professores quanto como base para a elaboração de materiais de estudo voltados aos estudantes.

4 Metodologia

4.1 Classificação e caracterização da pesquisa

O presente artigo apresenta os resultados de uma ação pedagógica voltada ao ensino de estatística, realizada com turmas da terceira série do ensino médio, em duas escolas estaduais localizadas em Cachoeiro de Itapemirim – ES. Optou-se por uma abordagem qualitativa, uma vez que, como afirmam Silva e Menezes (2001), ela se justifica quando a análise ocorre em ambiente natural, buscando interpretar fenômenos e compreender processos e significados.

Como o objetivo é analisar o impacto de uma atividade prática mediada pelo uso de tecnologias digitais no ensino de estatística, torna-se essencial interpretar as situações vivenciadas durante a ação pedagógica e os efeitos desses processos no aprendizado dos estudantes. Assim, a pesquisa-ação foi adotada por se adequar ao problema e ao desenvolvimento das ações descritas, já que envolve a proposição e análise de práticas realizadas pelo próprio professor-pesquisador, em interação com os sujeitos investigados (Gil, 2002, p. 55). Nesse cenário, o professor interfere diretamente na prática pedagógica, mediando, orientando e supervisionando as atividades desenvolvidas, como requer essa abordagem investigativa.

A abordagem qualitativa permite englobar percepções e interpretações dos estudantes ao longo das etapas desenvolvidas, promovendo uma leitura mais aprofundada do processo formativo. Já a pesquisa-ação mostra-se pertinente neste estudo por permitir que o professor-pesquisador atue diretamente na condução da prática pedagógica, ajustando estratégias conforme as demandas observadas entre os estudantes. Essa constante interação entre teoria e prática possibilita analisar como a mediação docente impacta o desenvolvimento de competências estatísticas.

Além disso, como parte da metodologia, foi adotada a análise documental dos registros produzidos pelos estudantes ao longo da ação pedagógica, tais como construções gráficas e produções textuais. Esses documentos serviram como fonte primária de dados para a interpretação do processo de aprendizagem e do desenvolvimento das competências estatísticas. A análise desse material permitiu identificar avanços, dificuldades e estratégias utilizadas pelos alunos, sendo os resultados apresentados e discutidos nas seções seguintes deste artigo.

4.2 Local de pesquisa e Público-alvo

A ação pedagógica foi desenvolvida em duas escolas de tempo integral que ofertam o ensino regular da rede estadual do Espírito Santo, ambas localizadas na região central de Cachoeiro de Itapemirim. Essas instituições atendem a uma população composta por estudantes de áreas periféricas e de classe média, com distintos níveis de acesso às tecnologias digitais.

O presente artigo analisa o processo de ensino e aprendizagem promovido no contexto de uma pesquisa realizada por duas turmas do terceiro ano do ensino médio. A turma 1 cursa o ensino médio em tempo integral, com atividades nos turnos matutino e vespertino, e conta com 27 estudantes. Já a turma 2 está matriculada no ensino médio regular, no turno vespertino, com 15 estudantes.

Todas as etapas da pesquisa desenvolvida pelos estudantes, incluindo o estudo dos conceitos estatísticos e os momentos de orientação entre professores e alunos, ocorreram durante as aulas de matemática realizadas no primeiro semestre do ano de 2025. Como os docentes envolvidos já atuavam como regentes dessas turmas, foi possível estabelecer, com facilidade, uma relação de confiança, o que favoreceu a mediação pedagógica. Além disso, o conhecimento prévio dos professores sobre a realidade dos estudantes contribuiu para o desenvolvimento de uma abordagem mais contextualizada e eficaz.

4.3 Planejamento da ação pedagógica

O planejamento da ação pedagógica se pautou nas RPEs disponibilizadas pela SEDU. A proposta aqui apresentada constitui-se na ressignificação das atividades dispostas no material (Figura 1), com o uso de

tecnologias digitais e metodologias participativas de forma a desenvolver as fases do método estatístico (Tabela 2), também contidas no material base.

Figura 1 - Proposta presente nas RPE, norteadora da intervenção pedagógica.

ATIVIDADE 2

Escolha um tema relevante para uma pesquisa amostral (por exemplo: preferências alimentares, hábitos de estudo, uso de tecnologia, atividades extracurriculares, ambiente escolar, etc). Elabore pelo menos cinco itens para compor o questionário de sua pesquisa. Entreviste todos os seus colegas de sala para garantir diversidade nas respostas. Registre as respostas em um caderno de anotações ou em um formulário on-line (google forms, por exemplo). A partir daí:

- A) Organize os dados coletados em uma tabela utilizando, se possível, recursos tecnológicos.
- B) Escolha o tipo mais adequado de gráfico (barras, setores, linhas, histogramas, etc) e represente os dados coletados utilizando, se possível, recursos tecnológicos.
- C) Prepare um relatório contendo as interpretações sobre sua pesquisa.

Fonte: Sedu (2025)

Figura 2 - Fases do método estatístico utilizado na pesquisa com uso das TDIC

O MÉTODO ESTATÍSTICO

O método estatístico refere-se ao processo da pesquisa estatística, podendo ser aplicado nas mais diversas áreas do conhecimento. Veja abaixo as fases (passos) que o compõem:

Fase 1: Nesta fase ocorre o planejamento do estudo, define-se o problema a ser estudado, a população de interesse e se o estudo vai ser censitário ou amostral. Também devem ser escolhidas as variáveis que serão medidas e a forma como essas medidas serão feitas.

Fase 2: Neste momento é realizada a coleta dos dados por meio das variáveis. Essa fase é importante para a pesquisa, se não for bem executada todo o resultado é comprometido.

Fase 3: Após a coleta de dados, eles são conferidos e tabulados.

Fase 4: Os dados tabulados na fase anterior são, então, analisados para que seja possível tirar conclusões dos mesmos, são elaborados tabelas e gráficos nessa fase da pesquisa.

Fase 5: Esta fase final consiste na apresentação do relatório final da pesquisa. Aqui são apresentados os gráficos e tabelas juntamente com sua descrição e conclusões obtidas.

O exercício 2 para o estudante propõe a elaboração de uma pesquisa, é importante que se retome esta seção no momento da execução da atividade.

Fonte: Sedu (2025)

Com base nas orientações (Figuras 1 e 2), foi estruturada a ação pedagógica (Tabela 2) que este artigo faz a análise, a qual está disposta na tabela 2, contendo o tempo de duração de cada fase e a estratégia didática utilizada.

Tabela 2 - Organização da ação pedagógica

Fase do Método Estatístico	Duração	Estratégia Didática
Fase 1	2 aulas	- Aulas expositivas dialogadas, abordando o que se constitui pesquisas estatísticas censitárias e amostrais, abordando o conceito de população, amostra, variáveis (qualitativas e quantitativas), organização e análise de dados e representação gráfica. - Em grupos, delimitação do tema de pesquisa, construção de questionários digitais utilizando o Google Forms e inteligências artificiais.
Fase 2	1 aula	- Diálogo com os estudantes de toda a escola, apresentando as pesquisas e pedindo a todos que respondam o questionário, disponibilizado por um QR code.
Fase 3 e 4	3 aulas	- Construção de gráficos de forma manual e digital, usando transferidores, word, planilhas eletrônicas, Canva e Google Forms. - Análise dos resultados. - Apresentação dos resultados de sua pesquisa pelos grupos de trabalho aos demais estudantes da turma, da forma que foi organizado pelo questionário.
Fase 5	1 aula	- Socialização dos resultados da pesquisa para toda a escola, por meio da montagem de um mural com os gráficos construídos pelos estudantes.

Fonte: Os autores (2025)

Assim, com base no planejamento (Tabela 2), se estabelece como instrumentos de coleta de dados os registros dos estudantes (gráficos e tabelas), suas falas ao longo da interação com o professor-pesquisador e os resultados da pesquisa gerados nas etapas executadas.

5 Resultados e discussões

Durante o desenvolvimento da ação pedagógica, foi possível observar uma crescente interação entre os estudantes, iniciada no momento em que decidiram a temática da pesquisa e mantida até a construção final do painel utilizado para compartilhar os dados. O fato dos próprios alunos escolherem o tema da pesquisa (fase inicial do método estatístico) e o uso da tecnologia proporcionou-lhes um sentimento de pertencimento à proposta pedagógica, uma vez que manifestaram o desejo de compreender melhor a temática selecionada.

Esse envolvimento, segundo Lorenzato (2010), Souza, Karlo-Gomes (2023) e Silva *et al.* (2023), tem o potencial de instigar os estudantes, favorecendo o processo de ensino e aprendizagem a partir da realidade as quais estão inseridos, principalmente quando atrelados às tecnologias digitais. Tal abordagem justifica o entendimento que demonstraram sobre o papel da estatística, uma vez que a aplicaram de forma contextualizada para compreender aspectos de sua própria realidade.

Após a definição do tema, durante a construção dos questionários e da análise dos dados, foi identificada uma certa dificuldade em elaborar perguntas que possibilitaram explorar adequadamente a temática das pesquisas dos grupos. Embora as perguntas tenham sido pertinentes e coerentes com a temática, observam-se alguns equívocos por parte dos estudantes que possivelmente comprometeriam os resultados das pesquisas (Figura 3).

Figura 3 - Questão construída de forma equivocada pelos estudantes

2- A quantos anos você pratica ou acompanha o handebol? *

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

Nela observamos opções de respostas limitadas, impedindo que o entrevistado se distancie das possibilidades apresentadas. Observando isso, o professor incentivou os alunos a refletirem se as questões propostas por eles realmente contribuíram para a compreensão do tema. Muitos concluíram que seria necessário ajustar as perguntas e incorporar variáveis de interesse mais alinhadas com os objetivos da investigação, propiciando o que Gal (2002) determina como letramento estatístico.

Neste contexto, os estudantes foram desafiados a estabelecer prioridades e a criar perguntas mais elaboradas, o que exigiu maior reflexão crítica e amadurecimento conceitual. Tal processo revelou-se especialmente significativo no ensino e aprendizagem da estatística, pois demonstrou como a mediação pedagógica pode contribuir para que o estudante identifique suas lacunas e compreenda possíveis caminhos de aprimoramento. Conforme argumenta Samá, Moura e Santos (2019), a mediação é elemento essencial no processo de ensino e aprendizagem da estatística com o uso de ferramentas digitais; na medida em que potencializa os conhecimentos prévios dos estudantes e promove aprendizagens com significados.

Nesta etapa, o uso das TDIC se mostraram eficientes no processo de escrita, tendo em vista que os editores de texto e as inteligências artificiais (IAs) possuem funções de correção ortográfica e podem ajudar na formulação de questões dentro de determinado contexto. Com o uso dessas ferramentas, os estudantes puderam visualizar se estavam escrevendo de forma ortograficamente correta e se as questões estavam coerentes com a temática da pesquisa.

Na segunda fase do método estatístico (a coleta de dados), foi possível observar que maioria dos estudantes não dominavam com facilidade a ferramenta Google Forms e possuíam uma certa timidez inicial ao falar em público. Isso se evidenciou no momento da montagem de formulários, criação dos QRs codes e no convite às turmas para participarem da pesquisa.

Os estudantes utilizaram recursos básicos dos formulários, utilizando o layout padrão que é disposto de forma automática pela plataforma, não fazendo ajustes para torná-lo mais esteticamente atraente. Isso é algo relevante do ponto de vista social, pois, como também identificado na pesquisa de Campos, Silva e Azevedo (2019), essa geração, que está constantemente inserida no meio digital, não possui muito conhecimento na área das tecnologias digitais, no que se refere a algumas ferramentas como planilhas etc.

No que se refere a timidez dos estudantes, entende-se que é algo natural e foi contornada com o passar do tempo, à medida que os estudantes circulavam pelas turmas para apresentar a pesquisa e solicitar que os colegas respondessem ao questionário disponibilizado por meio de um QR code. Com o tempo, até os alunos mais reservados superaram suas inseguranças e se dispuseram a falar em sala, motivados pelos colegas e professores.

Essa vivência evidencia a importância de submeter os estudantes a situações em que possam exercer o protagonismo de suas ações. A escola, por meio de atividades que proporcionam a interação entre os pares, pode ser um espaço de desenvolvimento da comunicação, contribuindo para a formação pessoal e social dos sujeitos (Samá; Moura; Santos, 2019).

Após a coleta dos dados, em uma análise inicial (fase 3), alguns resultados já surpreenderam os estudantes. Por exemplo, a maioria acreditava que o futebol seria apontado como o esporte preferido, mas os dados revelaram a predominância do vôlei. Outros exemplos foram o fato que mais de 70% dos estudantes não praticam ou acompanham handebol e a percepção equivocada de que a maioria dos estudantes morava no bairro mais próximo da escola, quando, na verdade, outro bairro concentrava o maior número de alunos matriculados.

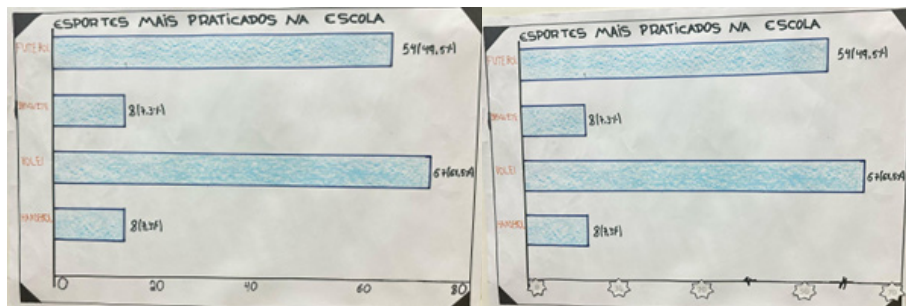
Esses momentos de estranhamento promoveram uma reflexão crítica sobre a realidade percebida e demonstraram o potencial da estatística como ferramenta para investigar, desconstruir suposições e construir conhecimento, que se tornaram possível nesse contexto por meio de um trabalho articulado com as tecnologias.

Na quarta fase do método estatístico, os estudantes foram orientados a inicialmente construir gráficos de forma manual. Para isso, precisaram analisar qual tipo de gráfico se adequava melhor a cada situação, representando os dados em um cartaz. Em um segundo momento, em aula realizada no laboratório de informática, os alunos construíram os demais gráficos de forma digital, utilizando ferramentas como planilhas eletrônicas, Word, Canva, entre outras.

Durante essa etapa, foi possível observar que os estudantes apresentaram dificuldades tanto na construção gráfica manual quanto na digital. Muitos não sabiam identificar os elementos básicos necessários para essa representação, como a definição dos eixos horizontais e verticais, a proporção entre os valores e a organização espacial dos dados no papel. Um dos grupos, por exemplo, cometeu um equívoco ao iniciar a construção de

um gráfico de colunas pelas próprias colunas, deixando o eixo horizontal (responsável por estabelecer a proporção e o alinhamento das colunas) para o final. Isso resultou em erros de proporção entre os números representados (Figura 4).

Figura 4 - Gráficos construídos de forma equivocada e sua correção



Fonte: Os autores (2025)

Diante dessa situação, houve a mediação do professor, que sugeriu que o grupo pesquisasse alternativas gráficas que pudessem auxiliar na resolução do problema sem a necessidade de refazer todo o gráfico. Foi então que encontraram, com base em autores especializados, a possibilidade de utilizar as chamadas “arranhaduras” nos eixos, uma estratégia gráfica válida para ocultar partes do eixo e ajustar a proporção visual de forma mais adequada e colagem de valores no eixo horizontal (Figura 4).

Apesar de a estratégia adotada pelo grupo não ser a mais indicada do ponto de vista técnico, tendo em vista a não exatidão do gráfico, ela revelou um processo importante de aprendizagem. O grupo foi capaz de identificar a origem do erro (a ordem invertida na construção do gráfico) e, a partir disso, buscou uma solução dentro do próprio campo estatístico. Esse processo evidencia que o erro, quando trabalhado com mediação e reflexão, pode tornar-se uma oportunidade com significados na sua aprendizagem.

Durante a construção digital dos gráficos, após superadas as dificuldades relacionadas ao uso das ferramentas tecnológicas por meio da ajuda do professor, foi notado que não ocorreram erros referente à construção, como manualmente, mas em relação a adequação do tipo de gráfico à situação representada. Inicialmente os estudantes escolhiam os tipos de gráficos de forma aleatória, sem considerar a adequação entre o gráfico e os dados representados.

Um exemplo disso foi a escolha de um gráfico de linhas para apresentar a distribuição do número de alunos por bairro, uma situação em que um gráfico de colunas seria mais apropriado. Nesse momento, novamente houve intervenção docente, com explicações sobre a função e aplicabilidade de cada tipo de gráfico. Após esse esclarecimento, o grupo fez a substituição adequada do tipo de gráfico.

Essa situação reforça que os estudantes ainda não possuíam um conhecimento consolidado sobre as especificidades dos diferentes tipos de gráficos. No entanto, com a mediação do professor e a utilização de ferramentas digitais (que facilitam a modificação dos gráficos), foi possível realizar ajustes rápidos e promover a reflexão dos estudantes sobre qual representação melhor se adequa a cada conjunto de dados e aos objetivos da análise.

Ao final dessa fase, com todos os gráficos concluídos, os grupos realizaram apresentações para suas respectivas turmas. Como culminância, organizaram um painel digital no Padlet⁴ (Turma 1) e um mural (Turma 2) com o objetivo de cumprir a última etapa do método estatístico, que é a socialização dos resultados com a comunidade escolar.

6 Considerações finais

A ação pedagógica desenvolvida demonstrou que o ensino de estatística, quando articulado à realidade dos estudantes e mediado por tecnologias digitais, torna-se uma ferramenta eficaz para promover aprendizagens com significados, críticas e contextualizadas. Ao vivenciarem todas as etapas do método estatístico, os alunos assumiram um papel ativo na construção do conhecimento, fortalecendo o sentimento de pertencimento e o engajamento com a proposta.

A escolha do tema, a elaboração dos questionários, a coleta e a análise dos dados foram momentos marcados por desafios e descobertas. Mesmo enfrentando dificuldades com o uso de ferramentas digitais e a definição de representações gráficas adequadas, os estudantes, com o apoio da mediação docente, conseguiram superar esses obstáculos e aprimorar suas competências tanto estatísticas quanto tecnológicas.

O uso intencional das tecnologias, nesse contexto, foi fundamental. Além de facilitar a produção e a revisão dos gráficos, ampliou os espaços

4 Padlet é uma plataforma digital que permite criar murais virtuais colaborativos com textos, links, imagens e vídeos, promovendo a interação entre estudantes em ambientes educacionais.

de expressão e socialização dos resultados, conectando os estudantes entre si e com a comunidade escolar. Ferramentas como planilhas eletrônicas, editores gráficos e plataformas digitais como o Padlet potencializaram a comunicação dos dados, tornando o processo mais dinâmico e interativo.

Assim, a experiência vivida reafirma que integrar o ensino de estatística às tecnologias digitais não apenas favorece o letramento estatístico, mas também contribui para o desenvolvimento de habilidades investigativas, comunicativas e colaborativas. Trata-se de um caminho promissor para formar sujeitos mais autônomos, críticos e preparados para compreender e intervir de forma significativa na sociedade em que vivem.

Referências

- BERBEL, N. **As metodologias ativas e a promoção da autonomia de estudantes. Semina: Ciências Sociais e Humanas.** (2011). 32. 25. 10.5433/1679-0383.2011v32n1p25.
- BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio*. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 10 Abr 2025.
- CAMPOS, K. A.; SILVA, R. H.; AZEVEDO, R. Uso de planilhas eletrônicas para a aprendizagem de estatística. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, v. 3, n. 2, p. 224-240, 2019.
- COSTA, D. G. **Baixo desempenho em matemática e práticas de ensino: inquietações necessárias, explicações possíveis.** 2019. 150 f. Dissertação (Mestrado em Gestão e Avaliação da Educação Pública) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2019. Disponível em: <https://repositorio.uff.br/jspui/handle/uff/10836>. Acesso em: 10 Abr 2025.
- DAMIN, W.; SANTOS JUNIOR, G.; COELHO NETO, J.; ROBIMB, B. N. P. S.; PEREIRA, R. S. G. As Tecnologias Digitais educacionais e o ensino de Estatística e Probabilidade. **Revista de Ensino, Educação e Ciências Humanas**, v. 20, n. 1, p. 53-57, 2019.
- ESTEVAM, E. J. G.; KALINKE, M. Recursos tecnológicos e ensino de Estatística na educação básica: um cenário de pesquisas brasileiras. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, v. 21, n. 2, 2013.
- GAL, I. **Adult's statistical literacy: meanings, components,**

responsabilities. *International Statistical Review*, n. 70, 2002.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. 2 ed. São Paulo: Cortez, 2013

LOPES, C. E. **O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores**. Cad. Cedes, Campinas, v.28, n.74, p.57-73, jan./abr. 2008. Disponível em: <<http://www.cedes.unicamp.br>>. Acesso em: 30 abr. 2012.

LORENZATO, S. **Para aprender Matemática**. 3. ed. São Paulo: Autores Associados, 2010.

NAKAMURA-GONINO, C.; ARAÚJO, G. A manipulação de imagens em pesquisa científicas. 2023. **Revista Pesquisa Qualitativa**. 11. 642-663. 10.33361/RPQ.2023.v.11.n.27.606.

PINHO, F. V. A.; SILVA, R. S.; LIMA, L.; CERQUEIRA, G. S.. Tecnologias digitais da informação e comunicação como ferramentas de ensino e aprendizagem de deficientes visuais: Uma revisão bibliográfica. RIAEE – **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, Araraquara, v. 18, n. 00, e023108, 2023. e-ISSN: 1982-5587. DOI: <https://doi.org/10.21723/riace.v18i00.16754>.

SAMÁ, S; MOURA, G. M.; SANTOS, F. O. Ensino de Estatística e os nativos digitais: uma proposta para formação inicial de professores. **Caminhos da Educação Matemática em Revista (Online)**, v. 9, n. 2, 2019.

SEDU, Secretaria Estadual de Educação do Espírito Santo. **Orientações curriculares**. 2025. Disponível em: <https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/orientacoescurriculares/>. Acesso em: 02/04/2025.

SILVA, D. S. M.; SÉ, E. V. G.; LIMA, V. V.; BORIM, F. S. A.; OLIVEIRA, M. S.; PADILHA, R. Q. Metodologias ativas e tecnologias digitais na educação médica: novos desafios em tempos de pandemia. **Revista Brasileira de Educação Médica**, Rio de Janeiro, v. 46, n. 2, p. e139, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1590/1981-5271v46.2-20210018>.

SOUZA, Y. A.; KARLO-GOMES, G. Práticas docentes com as tdiic em língua portuguesa no ensino remoto emergencial (ERE). **Revista Educação em Foco**, Juiz de Fora, v. 28, Fluxo Contínuo, 2023, e28014.

Sobre os autores



Stephanie Coelho Teista Alves: Licenciada em matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo. Bacharela em administração pela faculdade Multivix. Especialista em Matemática, suas tecnologias e o mundo do trabalho pela Universidade Federal do Piauí e em Educacional Especial e Pedagogia Social pela FAVENI. Atualmente atua como professora de matemática na rede

estadual do Espírito Santo. Membro do grupo de pesquisa MatematiQueer.



Elemilson Barbosa Caçandre: Licenciado em Matemática pelo Centro Universitário São Camilo - ES e em Física pela Universidade Metropolitana de Santos (UNIMES). Especialista em Metodologia do Ensino de Matemática e Física, Matemática Financeira e Estatística, e Gestão Escolar. Mestre em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores pela Universidade Federal do

Espírito Santo (UFES), Campus Alegre. Atualmente atua como professor de Matemática no Ensino Médio na rede estadual e na rede municipal de Cachoeiro de Itapemirim - ES, além de ser professor de iniciação científica no projeto “Matemática na Rede ES”. É membro do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática do Espírito Santo (GPEMES). Possui experiência na Educação Básica, no Ensino Técnico e Superior, bem como na área administrativa escolar.



Allan da Silva Conceição: Mestre em Biociências e Biotecnologia. Especialista em Biologia Celular, Molecular e Microbiologia. Graduado Ciências da Natureza, Licenciatura em Biologia pelo Instituto Federal Fluminense (2016). Atualmente é professor de Ciências e Biologia na Rede Pública estadual de ensino no Espírito Santo e Doutorando no Laboratório de Biologia

e Fisiologia de Microorganismos da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Atuando principalmente nos seguintes temas: Saúde, Análise funcional de peptídeos antimicrobianos, Entomologia, Ensino, Arboviroses e interdisciplinaridade.

ENSINO DE ESTATÍSTICA DESCRITIVA COM APOIO DO *SOFTWARE R*: PRÁTICAS PEDAGÓGICAS MEDIADAS POR TECNOLOGIAS DIGITAIS

Marcela Richele Ferreira¹

Livia Maria Dutra²

Davidson Paulo Azevedo Oliveira³

1 Introdução

Vivemos em uma sociedade marcada pelo crescimento acelerado na produção e no armazenamento de informações. Esse fenômeno é impulsionado pelo avanço das tecnologias digitais e pela evolução acelerada da *internet*, o que intensifica a conectividade entre dispositivos e, conseqüentemente, a geração de grandes volumes de dados. As atividades humanas — sejam sociais, científicas ou econômicas — têm produzido uma quantidade imensa de informações, que são utilizadas para orientar decisões, automatizar processos, alimentar algoritmos e prever comportamentos. No entanto, esse volume crescente de dados também impõe desafios significativos relacionados à sua organização, interpretação e uso ético, exigindo que indivíduos e instituições desenvolvam competências para lidar criticamente com tais informações. Como destacam Mayer-Schönberger e Cukier (2013, p. 9) e Hilbert (2016), esse volume tem crescido de forma exponencial, sendo que Hilbert (2016), por exemplo, demonstrou que, nas primeiras décadas do século XXI, a quantidade de dados digitais duplicava a cada 40 meses. Ferreira e Oliveira (2020) reforçam que vivemos em um cenário de automação acelerada, o que eleva significativamente os níveis de controle e produtividade.

É importante denotar que o simples acúmulo de dados não garante, por si só, a geração de conhecimento ou a tomada de decisões conscientes.

1 Professora do Departamento de Matemática do CEFET-MG. E-mail: marcela.richele@cefetmg.br

2 Professora do Departamento de Computação do CEFET-MG. E-mail: liviadutra@cefetmg.br

3 Professor do Departamento de Matemática do CEFET-MG. E-mail: davidson@cefetmg.br

Como comparado por The Economist (2017), os dados se tornaram o “novo petróleo” do século XXI — valiosos, mas inúteis sem o devido refinamento. Para extrair sentido desses dados, é necessário mais do que uma leitura superficial de números ou gráficos: exige-se uma interpretação crítica e contextualizada. Empresas, instituições e indivíduos dependem de análises bem conduzidas para orientar decisões eficazes. Provost e Fawcett (2013) afirmam que transformar dados brutos em informações úteis pode revelar padrões e tendências que impactam diretamente a ação.

Nessa linha de ação, torna-se essencial desenvolver o letramento estatístico — a capacidade de interpretar, avaliar e comunicar informações com base em dados. Gal (2002) define o letramento estatístico como uma competência fundamental para atuar de maneira informada e crítica na sociedade atual. Além da leitura de dados, ele envolve a análise do contexto, o reconhecimento de padrões e a consciência dos limites interpretativos, evitando generalizações indevidas. Cazorla (2006) e Campos (2007) reforçam essa perspectiva ao destacar a importância de práticas pedagógicas que utilizem a Estatística como uma linguagem para compreender e intervir no mundo. Watson (2006) complementa que o raciocínio estatístico deve ser desenvolvido de forma contínua ao longo da formação escolar. Garfield e Ben-Zvi (2008) acrescentam que esse desenvolvimento ocorre por meio de atividades que integram teoria, prática e reflexão.

Diante desse cenário, o ensino de Estatística deve assumir um papel central na formação dos estudantes. Mais do que resolver problemas matemáticos tradicionais, é necessário prepará-los para lidar com as informações numéricas que circulam na mídia, na ciência, no mercado e em diversos contextos da vida cotidiana. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reconhece essa necessidade ao propor a inserção transversal da Estatística nos currículos escolares, com o objetivo de promover o pensamento crítico dos alunos (Brasil, 2018). A BNCC também destaca a importância de incorporar ferramentas tecnológicas ao processo educativo, tanto para potencializar a aprendizagem quanto para preparar os estudantes para os desafios da era digital.

Nesse contexto, as tecnologias digitais tornam-se aliadas poderosas, possibilitando a manipulação de dados reais, a visualização dinâmica de informações e a experimentação por meio de *softwares* e aplicativos interativos. O uso de ambientes computacionais no ensino de Estatística favorece o desenvolvimento da autonomia e aproxima a aprendizagem das práticas contemporâneas de análise de dados. Entre essas tecnologias,

destaca-se o *software* R — uma linguagem de programação gratuita e de código aberto voltada para análise e visualização estatística. Apesar de exigir conhecimentos iniciais de programação, o R pode se tornar um recurso pedagógico eficaz quando utilizado com uma abordagem didática adequada, favorecendo o engajamento de estudantes e a produção de conhecimento.

Diante desse contexto, este capítulo propõe uma abordagem teórico-didática para o ensino da Estatística Descritiva mediado pelo uso do *software* R. O objetivo é oferecer subsídios para que professores possam integrar o R às suas práticas pedagógicas, desenvolvendo, com os estudantes, habilidades técnicas e de compreensão crítica da informação estatística. Para isso, serão apresentados os fundamentos teóricos da proposta, uma revisão dos principais conceitos da Estatística Descritiva e uma sequência didática que exemplifica o uso do *software* R como ferramenta de mediação no processo de ensino-aprendizagem.

2 Fundamentos teóricos

2.1 A evolução da Estatística e o desenvolvimento do letramento estatístico

Desde tempos imemoriais, o ser humano busca compreender, prever e intervir no mundo que o cerca, o que motivou a sistematização de saberes e o desenvolvimento de métodos científicos. Assim, pode-se afirmar que a história do desenvolvimento das ciências está diretamente ligada às necessidades humanas (Latour, 2000; Kuhn, 2006). Com a Estatística, esse processo não foi diferente.

Antes mesmo de sua formalização como ciência, já se praticavam formas elementares de análise estatística. Guimarães (1996) afirma que “a Estatística, em sua forma mais elementar, surgiu da necessidade dos governantes antigos de conhecer dados sobre população, recursos econômicos e militares para administração e cobrança de tributos.” Civilizações egípcia, babilônica, chinesa e romana realizavam registros populacionais e econômicos com fins administrativos — práticas que podem ser consideradas precursoras da Estatística Descritiva (Guimarães, 1996; Pestana; Gageiro, 2008).

O desenvolvimento formal da Estatística teve início no século XVII com os primeiros estudos voltados à descrição do poder dos Estados

— a chamada “Statistik”. Nesse mesmo período, Blaise Pascal e Pierre de Fermat deram origem à Teoria das Probabilidades, a partir de reflexões sobre jogos de azar.

No século XIX, a Estatística passou por um processo de consolidação como campo científico, marcado pelo avanço da matemática aplicada e pela emergência de áreas que demandavam métodos quantitativos rigorosos para compreender fenômenos sociais e naturais. Com o desenvolvimento da Estatística Inferencial, a disciplina ganhou um novo *status*: passou-se a estudar não apenas a descrição de dados, mas também a formulação de hipóteses, a modelagem de variáveis e a previsão de comportamentos com base em amostras. Nesse sentido, a Estatística consolidou-se como uma ciência interdisciplinar, essencial à produção de conhecimento e à tomada de decisões em contextos complexos. Como afirmam Coutinho e Curi (2010, p. 15), “a Estatística transformou-se, ao longo do tempo, em uma ferramenta indispensável nas ciências naturais, sociais e aplicadas, sendo reconhecida como uma ciência autônoma, mas ao mesmo tempo transversal a diferentes campos do saber”.

Na contemporaneidade, o papel da Estatística torna-se ainda mais central. Com o avanço das tecnologias digitais e o crescimento exponencial da produção de dados — fenômeno conhecido como *big data* —, a Estatística é a base para a análise de grandes volumes de informação em tempo real, sendo indispensável em diversas áreas. Assim, ela continua a responder às necessidades humanas, agora inserida em um contexto caracterizado pela complexidade e pela velocidade das informações digitais. Nesse cenário, destaca-se a crescente relevância do ensino de Estatística, que deve ir além de abordagens tradicionais centradas apenas em cálculos e fórmulas, promovendo práticas pedagógicas que favoreçam a compreensão crítica da informação estatística.

Nesse contexto, emerge o conceito de letramento estatístico, amplamente discutido por Gal (2002), que o define como uma combinação de competências cognitivas e disposições que capacitam os indivíduos a compreender, interpretar, avaliar e comunicar informações baseadas em dados. Segundo o autor, “ser estatisticamente letrado significa não apenas saber como ler gráficos ou calcular medidas de tendência central, mas também desenvolver uma atitude crítica em relação às informações estatísticas presentes nos meios de comunicação, na política, na economia e na vida cotidiana” (Gal, 2002, p. 3, tradução nossa).

No Brasil, esse conceito tem sido desenvolvido por autores como Cazorla (2006), que afirma que o letramento estatístico é “uma competência essencial à cidadania”, permitindo aos estudantes participar de discussões públicas e tomar decisões baseadas em evidências. Para Campos (2007), promover o letramento estatístico implica articular a leitura, análise e interpretação de dados em situações significativas, aproximando os conteúdos escolares da realidade dos alunos.

Watson (2006) argumenta que o letramento estatístico deve ser cultivado desde os anos iniciais da escolarização, por meio de um trabalho sistemático que envolva múltiplas representações e contextos. Garfield e Ben-Zvi (2008) complementam essa perspectiva ao afirmar que o ensino da Estatística deve integrar o desenvolvimento do raciocínio estatístico (compreensão dos conceitos) ao pensamento estatístico (capacidade de aplicar esses conceitos em situações reais).

Com a expansão das tecnologias digitais e a intensificação do volume de dados disponíveis, o letramento estatístico torna-se ainda mais essencial para a formação de cidadãos críticos e conscientes. Barreiros et al. (2022) afirmam que o letramento estatístico capacita os indivíduos a interpretar e analisar informações de maneira crítica, promovendo uma compreensão mais profunda dos fenômenos sociais. Gomes et al. (2023) reforçam essa ideia ao destacar a contribuição das tecnologias digitais no ensino da Estatística, enfatizando que plataformas interativas podem facilitar a aprendizagem de conceitos estatísticos. Nesse processo, a formação docente também se mostra fundamental. Costa Júnior e Monteiro (2020) ressaltam que a formação inicial de professores de Matemática deve contemplar o letramento estatístico, capacitando-os a adotar abordagens pedagógicas que estimulem atitudes críticas frente ao uso social dos dados.

Assim, a Estatística, que surgiu como ferramenta de gestão e controle, evoluiu para uma disciplina central na educação contemporânea, desempenhando um papel fundamental na formação de indivíduos capazes de compreender, avaliar e utilizar dados de maneira crítica e informada.

2.2 Tecnologias digitais na educação estatística

As tecnologias digitais, quando integradas de forma planejada e intencional ao contexto pedagógico, têm o potencial de transformar o ensino de Estatística, tornando-o mais investigativo, interativo e contextualizado. Papert (1980) defende que o computador deve ser compreendido como

um “instrumento para pensar”, ou seja, uma ferramenta que estimula a construção do conhecimento por meio da experimentação e da resolução de problemas. Essa abordagem é especialmente pertinente ao ensino de Estatística, disciplina que lida com abstrações, variabilidade e interpretação de dados.

Kenski (2012) complementa essa perspectiva ao afirmar que o uso das tecnologias na educação não deve se limitar à substituição de materiais tradicionais, mas sim à criação de novas formas de ensinar e aprender, com base em estratégias interativas, colaborativas e significativas. No ensino de Estatística, essa transformação ganha força com a incorporação de tecnologias digitais, como *softwares* e plataformas de análise de dados, que permitem a simulação de fenômenos aleatórios, a manipulação de dados reais e a visualização gráfica de resultados — ações que fortalecem a compreensão conceitual e o pensamento estatístico (Gomes; Nascimento; Pereira, 2023; Bonangelo, 2023).

Valente (1999) reforça que, embora a tecnologia não ensine por si só, ela se torna um recurso poderoso quando articulada a metodologias consistentes. No contexto da Educação Estatística, os ambientes computacionais — como o *software* R e plataformas como Common Online Data Analysis Platform (CODAP) — se configuram como espaços de exploração ativa, nos quais os estudantes assumem o papel de investigadores, tomam decisões com base em dados e desenvolvem competências relacionadas ao letramento estatístico (Barreiros; Lima; Carvalho, 2022).

Pesquisas recentes reforçam a eficácia do uso de *softwares* e plataformas digitais na mediação da aprendizagem estatística. Essas tecnologias digitais facilitam a construção do conhecimento ao promover uma aprendizagem mais interativa e significativa. O Microsoft Excel, por exemplo, tem sido amplamente utilizado como recurso didático, auxiliando na compreensão de temas como regressão linear, porcentagens, tabelas e gráficos, ao mesmo tempo que reduz o esforço de cálculos manuais e favorece a análise eficiente de dados (Pinto, 2024).

Outro exemplo relevante é o CODAP, utilizado principalmente na Educação Básica. Essa plataforma permite a análise descritiva de dados e a introdução de algoritmos simples de inteligência artificial, como árvores de decisão, integrando a educação estatística a temas contemporâneos como ciência de dados e IA (Bonangelo, 2023).

Além disso, a aplicação de *softwares* estatísticos no contexto educacional tem contribuído para a solução de problemas reais nas diversas áreas da educação, ampliando a precisão analítica e a compreensão da variabilidade nos dados (Silva e Magno, 2022).

Para além do uso das ferramentas em si, merece destaque a abordagem baseada em dados reais, que tem enriquecido significativamente o processo de ensino-aprendizagem. Trabalhar com dados autênticos engaja os estudantes, pois permite que percebam sentido nos conteúdos abordados e reconheçam sua aplicação em situações cotidianas, sociais e profissionais. Segundo Monteiro e Kazuo (2015), o uso de dados provenientes da realidade desperta o interesse dos alunos e contribui para o desenvolvimento de competências como análise crítica, argumentação com base em evidências e tomada de decisões fundamentadas. Curcio (1987) também ressalta que a interpretação de informações gráficas e numéricas se torna mais significativa quando relacionada a contextos reais. Nesse mesmo sentido, os dados autênticos cumprem um papel formativo essencial, ao promoverem uma postura crítica diante da informação e fortalecendo o caráter cidadão da Estatística.

Dessa forma, a integração de tecnologias digitais e o uso de dados reais não apenas potencializam a aprendizagem estatística, como também a conectam às exigências da cultura digital e à formação de sujeitos ativos e reflexivos em uma sociedade orientada por dados.

2.3 O *software* R no contexto educacional

O *software* R foi desenvolvido no início da década de 1990 pelos estatísticos Ross Ihaka e Robert Gentleman, na Universidade de Auckland, Nova Zelândia. Inspirado na linguagem S, o R surgiu como um ambiente gratuito e de código aberto voltado à computação estatística e à criação de gráficos.

A motivação principal dos autores, conforme Ihaka e Gentleman (1996), era suprir a ausência de uma ferramenta estatística de qualidade que fosse acessível e adequada ao ambiente acadêmico. Naquele período, as opções mais avançadas, como o S-PLUS, exigiam licenças caras, dificultando seu uso em contextos educacionais. Assim, o objetivo era criar uma alternativa que:

- a. Facilitasse o ensino de Estatística;
- b. Fosse baseada em código aberto;

- c. Mantivesse compatibilidade com ferramentas já conhecidas;
- d. Estimulasse a replicabilidade científica.

Segundo Ihaka (1998), o projeto começou como um experimento em laboratório e com o tempo, evoluiu para um *software* livre e colaborativo, apoiado pela comunidade científica. A adoção da licença GNU foi incentivada por Martin Mächler, estatístico suíço da Escola Politécnica Federal de Zurique, o que permitiu o desenvolvimento colaborativo do R por meio da criação de pacotes (Ihaka; Gentleman, 1996).

Originalmente voltado ao ensino de Estatística na Universidade de Auckland, o R ganhou notoriedade internacional por sua flexibilidade, abertura e forte apoio da comunidade usuária. Desde seu lançamento oficial em 1995 como parte de um projeto colaborativo, o *software* passou a ser mantido por um grupo internacional de desenvolvedores conhecido como R Core Team, responsável por suas atualizações e aprimoramentos contínuos.

O R se destaca pela sua capacidade de realizar desde análises estatísticas básicas até modelagens avançadas, além de produzir visualizações gráficas sofisticadas. Uma de suas maiores fortalezas é a comunidade ativa de usuários e desenvolvedores que contribuem constantemente com novos pacotes voltados a diferentes áreas como: estatística avançada, ciência de dados, *machine learning*, epidemiologia, economia, entre outras.

Por ser gratuito e compatível com diferentes sistemas operacionais, o R tem sido amplamente adotado por universidades, centros de pesquisa e instituições privadas ao redor do mundo (Coutinho; Curi, 2010). No contexto educacional, sua utilização proporciona uma aprendizagem mais crítica e significativa, estimulando o pensamento lógico, a compreensão conceitual e a autonomia dos estudantes (Garfield; Ben-zvi, 2008). Diferente da mera aplicação de fórmulas, o uso do R favorece o desenvolvimento do raciocínio estatístico, sobretudo quando se trabalha com dados reais — prática que contextualiza o ensino, promove discussões críticas e aproxima a Estatística do cotidiano (Coutinho; Curi, 2010).

Além disso, uma das vantagens marcantes do R é sua capacidade de produzir gráficos de alta qualidade e visualizações interativas, o que facilita a interpretação e a comunicação de dados (Wickham, 2016).

3 Primeiros passos com o *software* R e base de dados “mtcars”

Embora o *software* R possa ser utilizado de forma independente, recomenda-se o uso do *software* RStudio – um ambiente de desenvolvimento integrado para R. O RStudio, também gratuito, oferece uma interface gráfica mais amigável, com recursos que facilitam a escrita e execução de códigos, a visualização de objetos, gráficos, organização de projetos, dentre outros.

Dentro do RStudio, tem-se quatro janelas: O editor de *script*, o *console*, uma janela para *environment* e histórico e outra que reúne arquivos, gráficos, pacotes e ajuda. O *console* é a área onde o R interpreta os comandos e retorna os resultados. Ao digitar uma linha de código, basta apertar “Enter” para que o R a execute e exiba a resposta logo em seguida. O uso direto do console é indicado para testar rapidamente comandos, pois o que é digitado diretamente nele não fica salvo. Para guardar o código, deve ser utilizado o editor de *scripts*. Para abrir uma nova janela de editor, siga os passos: *File > New File > R Script*. O editor de *scripts* é a área do RStudio em que se pode escrever, organizar e salvar os códigos (*scripts*). Consequentemente, acessá-los sempre que necessário. Os comandos devem ser escritos linha a linha (ou em blocos) e para executar uma linha ou seleção deve-se utilizar o botão “Run” ou o atalho “Ctrl + Enter”. O resultado aparecerá no *console*, mas o código ficará salvo no editor.

Ao longo de todo o texto, ao mostrar as aplicações no R, as linhas de código estarão precedidas pelo símbolo “>”. Isso significa que essas linhas podem ser escritas no editor de *script* – sem o símbolo “>” – ou diretamente no *console*. Linhas apresentadas sem este símbolo indicam a resposta do R.

O R possui diversas bases de dados integradas ao ambiente, ideais para uso em demonstrações e exemplos. Com o objetivo de permitir que o leitor reproduza os resultados aqui reportados, será utilizada a base de dados denominada “mtcars” na seção a seguir. Esse conjunto de dados reúne especificações técnicas de 32 modelos de automóveis da década de 1970, inclusive as variáveis: “mpg”, que representa o consumo em milhas por galão; “gear”, quantifica o número de marchas; e “am”, indica o tipo de transmissão (0 = automática, 1 = manual).

Para acessar as informações completas dessa base de dados, digite o comando `?mtcars`. A seguir, veja como visualizar os dados e parte da resposta exibida no *console*:

```
> mtcars
```

```
mpg cyl disp hp drat wt  qsec vs am gear carb
Mazda RX4 21.0 6 160.0 110 3.90 2.620 16.46 0 1 4 4
Mazda RX4 Wag 21.0 6 160.0 110 3.90 2.875 17.02 0 1 4 4
Datsun 710 22.8 4 108.0 93 3.85 2.320 18.61 1 1 4 1
Hornet 4 Drive 21.4 6 258.0 110 3.08 3.215 19.44 1 0 3 1
Hornet Sportabout 18.7 8 360.0 175 3.15 3.440 17.02 0 0 3 2
Valiant 18.1 6 225.0 105 2.76 3.460 20.22 1 0 3 1
```

Observe que cada coluna de um conjunto de dados representa uma variável. Para acessar uma variável específica, utiliza-se o comando `nome_da_base$nome_da_variável`, o qual é interpretado no R como um vetor de observações. Como exemplo:

```
> mtcars$mpg
[1] 21.0 21.0 22.8 21.4 18.7 18.1 14.3 24.4 22.8 19.2 17.8 16.4 17.3 15.2 10.4
[16] 10.4 14.7 32.4 30.4 33.9 21.5 15.5 15.2 13.3 19.2 27.3 26.0 30.4 15.8 19.7
[31] 15.0 21.4
> mtcars$gear
[1] 4 4 4 3 3 3 3 4 4 4 4 3 3 3 3 3 3 4 4 4 3 3 3 3 3 4 5 5 5 5 5 4
> mtcars$am
[1] 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1
```

Aqui, os números entre colchetes indicam a posição, no vetor, de cada valor que inicia a linha de resposta. Por exemplo, o [16] acima indica que o valor 10,4 é a 16ª observação da variável “*mpg*”.

Para deixar as linhas de comando mais limpas e reduzir o volume de informações, as variáveis a serem analisadas serão armazenadas em objetos com nomes mais simples. Assim, para acessar os dados dessas variáveis, não será necessário utilizar o comando `nome_da_base$nome_da_variável`, basta usar somente o nome do objeto definido. Para fazer a atribuição de novos objetos (variáveis), tem-se o código a seguir:

```
> v1 <- mtcars$mpg
> v1
[1] 21.0 21.0 22.8 21.4 18.7 18.1 14.3 24.4 22.8 19.2 17.8 16.4 17.3 15.2 10.4
[16] 10.4 14.7 32.4 30.4 33.9 21.5 15.5 15.2 13.3 19.2 27.3 26.0 30.4 15.8 19.7
[31] 15.0 21.4
> v2 <- mtcars$gear
> v2
[1] 4 4 4 3 3 3 3 4 4 4 4 3 3 3 3 3 3 4 4 4 3 3 3 3 3 4 5 5 5 5 5 4
> v3 <- mtcars$am
> v3
[1] 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1
```


Assim, o comando “<-” é o operador de atribuição, utilizado para criar e armazenar objetos. Ao digitar apenas o nome de um objeto, o R exibe no console o conteúdo desse objeto – neste caso, os vetores de observações de cada uma das variáveis.

Dessa forma, as variáveis que serão utilizadas como exemplos são:

- v1: consumo em milhas por galão. Uma variável quantitativa contínua;
- v2: número de marchas. Uma variável quantitativa discreta;
- v3: tipo de transmissão (0 = automática, 1 = manual). Uma variável qualitativa nominal.

Para trabalhar com dados externos, é possível importar planilhas, como arquivos no formato “.csv”, utilizando a função `read.csv()`. Para os detalhes sobre o uso dessa função, a ajuda do R pode ser utilizada. Recomenda-se armazenar os dados importados em um objeto, por exemplo, `dados <- read.csv[...]`. Dessa forma, a separação de variáveis é feita de forma similar a apresentada anteriormente. Também, caso o objetivo seja analisar um conjunto de dados pequeno, cada variável pode ser inserida manualmente utilizando o comando: `nome_da_variavel <- c(valor1,valor2,...,valorN)`, em que cada valor (ou categoria) observado deve ser separado por vírgula, e os números com casas decimais devem ser escritos utilizando ponto, e não vírgula.

4 Estatística Descritiva: conceitos iniciais e aplicação no *software* R

A Estatística Descritiva é uma subárea da estatística, utilizada na etapa inicial de análise de dados. Ela é um conjunto de técnicas que objetivam organizar, sintetizar, descrever, visualizar e analisar os dados observados. Com as devidas interpretações, é possível extrair conclusões importantes sobre o conjunto de dados coletados (amostra) e, também, construir hipóteses para conclusões considerando o conjunto completo de elementos ao qual foram retirados os dados (população).

Com o objetivo de realizar uma análise descritiva, é importante compreender as características observadas, as quais são denominadas variáveis. Estas podem ser classificadas em variáveis qualitativas ou quantitativas.

As **variáveis qualitativas** são as características expressas por categorias ou rótulos. Elas são classificadas em dois tipos: qualitativas nominais, em que as categorias não possuem uma ordenação natural; e qualitativas ordinais, cujas categorias possuem uma ordenação natural (ordem lógica ou hierárquica).

As **variáveis quantitativas** são as características mensuráveis, representadas por números que indicam contagens ou medidas. Elas também são classificadas em dois tipos: quantitativas discretas, quando assume um conjunto enumerável de valores; e quantitativas contínuas, quando assume um conjunto não enumerável de valores, ou seja, assume qualquer valor em um intervalo da reta real.

Com base na compreensão do tipo de variável, é possível selecionar as técnicas adequadas para a descrição dos dados. Essas técnicas – como medidas resumo, tabelas de frequências e gráficos – são amplamente abordadas em livros didáticos e constituem a base para o desenvolvimento do raciocínio estatístico.

Na sequência, serão exploradas algumas dessas técnicas tanto sob a abordagem tradicional quanto com o suporte do *software* R, que possibilita uma análise mais interativa, visual e eficiente.

4.1 Medidas resumo

Ao obter um grande volume de dados, a análise individual de cada observação torna-se inviável para extração de informações importantes. Dessa forma, é fundamental aplicar técnicas que resumem a informação do conjunto de dados e que possibilite fazer interpretações e formular conclusões.

As medidas resumo cumprem esse papel caracterizando o conjunto de dados observados através de um pequeno grupo de valores que fornecem informações relevantes, como tendência central, dispersão e posições relativas.

Nas definições apresentadas a seguir, considere que $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ representam os valores de uma amostra composta por observações.

4.1.1 Medidas de tendência central

As medidas de tendência central têm como principal objetivo descrever a localização dos dados, indicando os valores em torno dos quais as observações tendem a se concentrar. Segundo Crespo (2002), essas medidas são as mais importantes dentre as medidas de posição, pois os dados geralmente se concentram em torno de valores centrais.

Média Aritmética

A **média aritmética simples**, ou simplesmente **média**, é a medida de tendência central mais conhecida. Ela é calculada como a soma das observações dividida pela quantidade observada.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Esse valor representa o ponto de equilíbrio do conjunto de dados.

No R, a média pode ser obtida como a seguir:

```
> mean(v1)
[1] 20.09062
```

Contudo, é importante ressaltar que a média é sensível a presença de valores discrepantes (valores atípicos), que podem distorcer significativamente o seu valor. Como destaca Iezzi (2013)

“A média aritmética pode ser muito afetada quando encontramos valores discrepantes em um conjunto de dados, podendo se tornar uma medida de centralidade pouco representativa do resumo de dados. Para contornar questões dessa natureza definiremos uma medida de centralidade mais resistente aos valores discrepantes [...] denominada mediana.”

Mediana

A **mediana** é o valor do centro de um conjunto de dados ordenados. Ela divide o conjunto de forma que, pelo menos, metade das observações seja menor ou igual a esse valor.

O cálculo da mediana segue os passos:

1. Organize o conjunto de dados em ordem crescente e considere $x_1, x_2, \dots, x_n$ os valores observados ordenados (x_1 é o menor valor, x_2 é o segundo menor valor e assim por diante);
2. Determine a posição da mediana $P = \frac{n+1}{2}$;
3. Encontre o valor da mediana Md .
 - Se P for inteiro, $Md = x_p$
 - Se P não for inteiro, mude P arredondando-o para baixo, para o número inteiro mais próximo. Ou seja, P passa a ser somente a sua parte inteira. E, então, $Md = \frac{x_p + x_{p+1}}{2}$

No R, a mediana pode ser obtida como a seguir:

```
> median(v1)
[1] 19.2
```

Por utilizar apenas os valores centrais, a mediana é considerada uma medida resistente, ou seja, menos influenciada por valores discrepantes.

Moda

A **moda** representa o valor mais frequente de um conjunto de dados, ou seja, é o ponto de maior concentração dos dados.

Essa medida pode apresentar as seguintes situações: amodal quando nenhum valor se repete; unimodal, um único valor ocorre com maior frequência; bimodal, dois valores distintos ocorrem com igual e maior frequência; multimodal, mais de dois valores com mesma e maior frequência.

Diferente da média e da mediana, a moda nem sempre está presente em um conjunto de dados e, quando está, pode não ser única.

No R, há duas formas de obter a moda:

```
> table(v1)
v1
10.4 13.3 14.3 14.7 15 15.2 15.5 15.8 16.4 17.3 17.8 18.1 18.7 19.2 19.7 21
2 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 2 1 2
21.4 21.5 22.8 24.4 26 27.3 30.4 32.4 33.9
2 1 2 1 1 1 2 1 1
> subset(table(v1),table(v1)==max(table(v1)))
v1
10.4 15.2 19.2 21 21.4 22.8 30.4
2 2 2 2 2 2 2
```

O primeiro comando fornece a frequência de cada distinto valor, sendo necessário uma inspeção visual das maiores frequências e identificação manual da(s) moda(s) – valores observados na linha de cima e frequências na linha abaixo. O segundo comando fornece de forma automática as modas e suas respectivas frequências.

4.1.2 Medidas de dispersão

Após analisar a centralidade dos dados, é importante caracterizar como as observações se distribuem ao longo do intervalo de valores ou em relação aos valores centrais, especialmente a média. Para isso, utilizam-se as medidas de dispersão (ou variabilidade) que quantificam o grau de espalhamento dos dados. Com exceção da amplitude total, todas as demais indicam o afastamento das observações em relação à média.

Amplitude Total

A **amplitude total** representa a distância entre o menor e o maior valor observado.

$$A_t = x_{\max} - x_{\min}$$

onde, $x_{\min}$ e $x_{\max}$ são o menor e o maior valor observado, respectivamente.

Essa medida pode ser interpretada como o comprimento do intervalo de espalhamento dos dados. No entanto, ela fornece pouca informação sobre a dispersão, pois considera apenas as duas observações extremas de um conjunto de dados.

No R, a amplitude pode ser obtida como a seguir:

```
> max(v1) - min(v1)
[1] 23.5
```

Variância

A **variância** mede a dispersão dos dados com base no quadrado da distância de cada observação em relação à média:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

Ela fornece uma ideia de quanto os dados variam em torno da média, mas sua interpretação prática pode ser difícil, pois o resultado é expresso em unidades ao quadrado.

No R, a variância pode ser obtida como a seguir:

```
> var(v1)
[1] 36.3241
```

Desvio-Padrão

Devido à dificuldade de interpretação da variância, é comum utilizar o **desvio-padrão**, que nada mais é do que a raiz quadrada da variância:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Essa medida expressa, em média, o quanto as observações se afastam da média, e mantém a unidade de medida original da variável.

No R, o desvio-padrão pode ser obtido como a seguir:

```
> sd(v1)
[1] 6.026948
```

Conforme ressalta Triola (2017), o desvio-padrão é preferível à variância em análises descritivas, justamente por sua interpretação mais intuitiva:

Embora a variância seja uma medida muito utilizada em diversos métodos estatísticos, sua aplicação em estatística descritiva é pouco útil, pois a diferença entre sua unidade de medida e a dos dados originais torna difícil a sua interpretação prática. Devido a essa característica, o desvio-padrão deve ser utilizado para avaliar a dispersão dos dados.

Vale ressaltar que o desvio-padrão assume sempre valores positivos, exceto, quando todos os valores observados são iguais, caso em que ele é zero. Além disso, assim como a média, ele é sensível a valores discrepantes.

Coeficiente de Variação

Nem sempre um desvio-padrão pequeno significa menor dispersão. Tampouco um desvio-padrão grande é um indicador de maior dispersão. A comparação de sua magnitude só faz sentido quando os diferentes conjuntos de dados considerados têm mesmas unidades e escalas, uma vez que são medidas de variabilidade em relação à média. Dessa forma, comparar a

variação de diferentes conjuntos de dados utilizando essas medidas pode levar a interpretações equivocadas. Para esses casos, utiliza-se o **coeficiente de variação** (CV).

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \times 100\%$$

Essa medida expressa o desvio-padrão relativo à média, sendo apresentada em percentual, e permite comparações entre diferentes conjuntos.

No R, o coeficiente de variação pode ser obtido como a seguir:

```
> sd(v1)/mean(v1)*100
[1] 29.99881
```

4.1.3 Medidas de posição relativa

As medidas de posição relativa são utilizadas para determinar a localização de uma observação específica em relação ao restante do conjunto de dados.

Escore z

A primeira e ser considerada é o **Escore z**, que diferentemente das demais medidas apresentadas, o conjunto de dados não possui um único valor para essa medida. Ele é calculado individualmente para cada observação:

$$z = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

Essa medida descreve o número de desvios-padrões que uma observação está distante da média, permitindo avaliar sua posição relativa ao conjunto de dados completo. Note que um escore negativo indica que a observação está abaixo da média, enquanto um escore positivo indica que a observação está acima da média e um escore igual a zero indica que a observação coincide com a média.

Como o escore transforma os dados para uma escala padronizada, sem unidade de medida, é possível utilizá-lo para comparar observações em diferentes conjuntos de dados, mesmo que estejam em escalas ou unidades distintas.

Uma outra aplicação importante do escore é na identificação de valores atípicos. Em geral, considera-se uma observação como não usual quando ela se encontra a uma distância superior a dois desvios-padrões da média, ou seja, observações que apresentam escore menores que ou maiores que .

No R, o escore para todas as observações pode ser obtido como a seguir:

```
> (v1 - mean(v1))/sd(v1)
[1] 0.15088482 0.15088482 0.44954345 0.21725341 -0.23073453 -0.33028740
[7] -0.96078893 0.71501778 0.44954345 -0.14777380 -0.38006384 -0.61235388
[13] -0.46302456 -0.81145962 -1.60788262 -1.60788262 -0.89442035
2.04238943
[19] 1.71054652 2.29127162 0.23384555 -0.76168319 -0.81145962 -1.12671039
[25] -0.14777380 1.19619000 0.98049211 1.71054652 -0.71190675 -0.06481307
[31] -0.84464392 0.21725341
```

Como uma importante aplicação do escore é a identificação de valores atípicos, abaixo está o código para detectar automaticamente essas medidas, bem como identificar as linhas completas do banco de dados em que a variável de interesse apresenta um escore z menor que -2 ou maior que 2.

```
> escores <- (v1-mean(v1))/sd(v1)
> subset(v1,escores <= -2 | escores >=2)
[1] 32.4 33.9
> mtcars[which(escores <= -2 | escores >=2),]
  mpg  cyl disp  hp drat   wt  qsec vs am gear carb
Fiat 128 32.4  4 78.7 66 4.08 2.200 19.47 1 1  4   1
Toyota Corolla 33.9  4 71.1 65 4.22 1.835 19.90 1 1  4   1
```

Percentis

Os **percentis** são medidas que dividem o conjunto de dados ordenado em cem partes iguais, de modo que cada parte contém aproximadamente 1% das observações. O percentil é definido como o valor tal que, no mínimo, dos dados sejam menores ou iguais.

Para determinar o valor de um percentil, siga os passos:

- Organize o conjunto de dados em ordem crescente denotando-o como $x_1, x_2, \dots, x_n$;
- Determine a posição do percentil: $h = 1 + \frac{i}{100}(n - 1)$;
- Encontre o valor do percentil P_i , conforme o valor de h .
 - Se h for inteiro, $P_i = x_h$
 - Se h não for inteiro, o percentil desejado será uma interpolação linear. Assim, considere g a parte fracionária de h e h passa a ser somente a sua parte inteira. E, então, $P_i = x_h + g(x_{h+1} - x_h)$

```
> quantile(v1,0.15)
15%
14.895
> quantile(v1,c(0.25,0.5,0.75))
25% 50% 75%
15.425 19.200 22.800
```

Quartis

Os **quartis** são medidas que dividem o conjunto de dados ordenado em quatro partes iguais, de modo que cada parte contém aproximadamente 25% das observações. Dessa forma, essas medidas são casos particulares dos percentis.

- $Q_2 = P_{25}$ indica que 25% dos dados são menores ou iguais a esse valor;
- $Q_2 = P_{50}$ indica que 50% dos dados são menores ou iguais a esse valor (mediana);
- $Q_3 = P_{75}$ indica que 75% dos dados são menores ou iguais a esse valor.

Essas medidas são amplamente utilizadas para representar a distribuição dos dados em caixas (boxplots), para análise visual de dispersão e simetria.

No R, `summary` é uma função muito utilizada que retorna os quartis e outras medidas de posição importantes, como mostrado a seguir:

```
> summary(v1)
Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max.
10.40 15.43 19.20 20.09 22.80 33.90
```

4.2 Visualização gráfica

A visualização gráfica é uma das ferramentas mais poderosas da Estatística Descritiva por facilitar a identificação de padrões, tendências, assimetrias, *outliers* e outras características importantes de um conjunto de dados. Além disso, os gráficos tornam a comunicação dos resultados mais acessível e intuitiva, inclusive para públicos não especializados.

Existem diversos tipos de gráficos, cada um mais adequado a um tipo de variável ou objetivo de análise. A escolha apropriada depende das características dos dados (qualitativos ou quantitativos) e da informação que se deseja destacar. A seguir, são apresentados alguns dos gráficos mais utilizados, todos construídos facilmente com o auxílio do *software* R, que possibilita uma análise mais interativa, visual e eficiente.

Gráficos para variáveis qualitativas

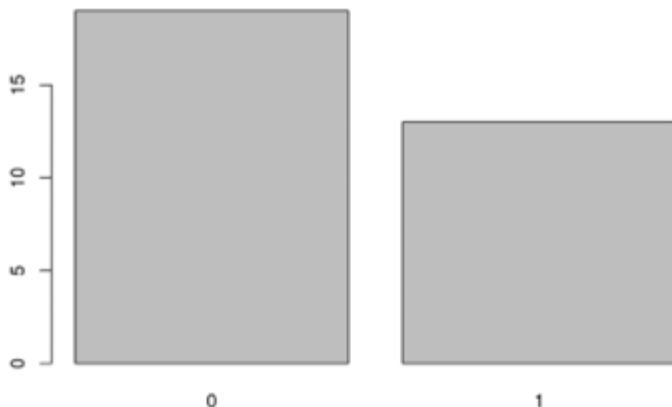
Gráfico de barras: Representa as frequências absolutas ou relativas de variáveis qualitativas. Cada categoria é representada por uma barra, cuja altura é proporcional à frequência da categoria.

Esse gráfico facilita a comparação e as barras podem ser ordenadas conforme o interesse analítico. Porém, se o número de categorias for elevado, o gráfico pode ficar visualmente poluído.

No R:

```
> barplot(table(v3))
```

Figura 1: Gráfico de barras por frequência simples para a variável tipo de transmissão.



Fonte: Elaboração própria.

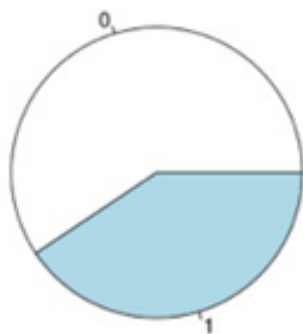
Gráfico de setores (ou pizza): Representa as frequências relativas por meio de setores circulares, proporcionais aos percentuais observados.

O gráfico de pizza é visualmente atrativo e útil para apresentações. Porém, ele dificulta comparações entre setores semelhantes e não mostra quantidades exatas sem legendas.

No R:

```
> pie(table(v3))
```

Figura 2: Gráfico de setores para a variável tipo de transmissão.



Fonte: Elaboração própria.

Gráficos para variáveis quantitativas

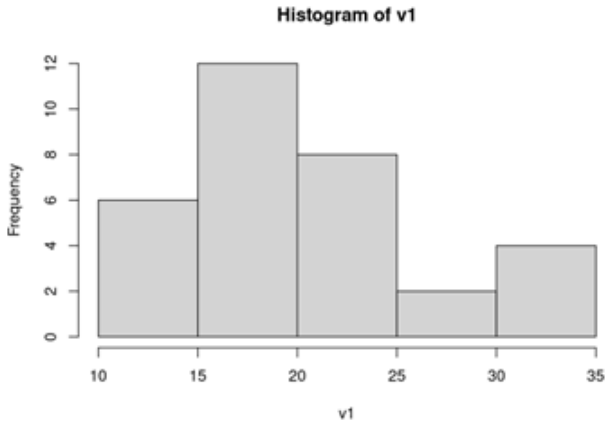
Histograma: Utilizado para variáveis quantitativas contínuas (ou discretas com muitos valores) agrupadas em classes. É semelhante ao gráfico de barras, mas as barras são justapostas e cada uma representa a frequência de um intervalo.

O histograma é um gráfico que permite identificar a forma da distribuição dos dados de maneira organizada e resumida. Além disso, ele possibilita a detecção de padrões, ajudando na identificação de tendências centrais, dispersões e possíveis valores atípicos. Por outro lado, é sensível ao número e largura de classes, que pode alterar significativamente a aparência do gráfico e, conseqüentemente suas interpretações. Além disso, ocorre uma perda de informações individuais quando os dados são agrupados.

No R:

```
> hist(v1)
```

Figura 3: Histograma por frequência simples para a variável milhas por galão.



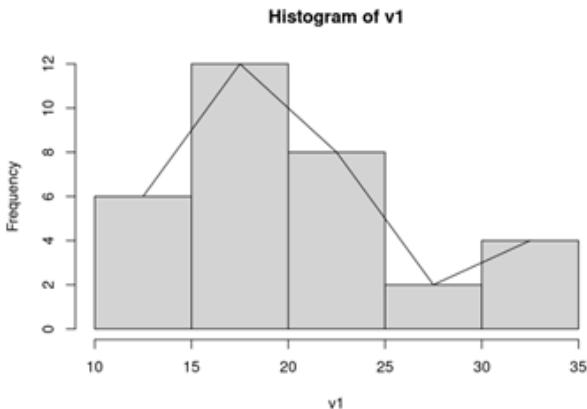
Fonte: Elaboração própria.

Polígono de frequências: Representa as frequências como uma linha conectando os pontos médios das classes. Pode ser usado junto ao histograma ou isoladamente, destacando tendências gerais.

No R:

```
> hist(v1)
> lines(hist(v1, plot = FALSE)$mids, hist(v1, plot = FALSE)$counts)
```

Figura 4: Histograma e polígono de frequências simples para a variável milhas por galão.



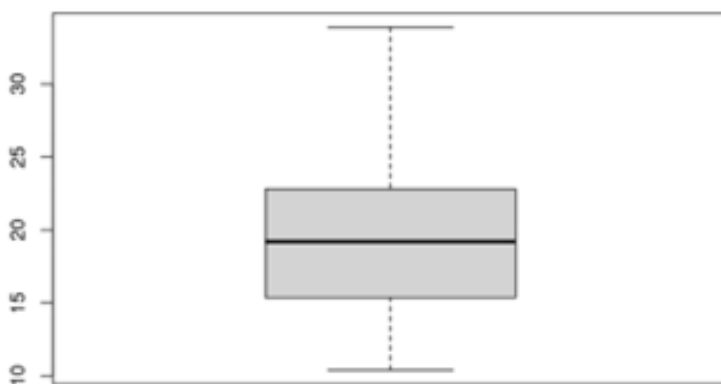
Fonte: Elaboração própria.

Boxplot (diagrama de caixa): Resume a distribuição de um conjunto de dados com base em cinco estatísticas: mínimo, primeiro quartil, mediana, terceiro quartil e máximo, além de identificar os *outliers*. Com isso é pouco sensível a valores extremos. Apresenta um resumo visual eficiente e compacto, sendo útil para comparar diferentes distribuições. Porém, não permite visualizar a forma da distribuição nem mostra frequências.

No R:

```
> boxplot(v1)
```

Figura 5: Boxplot para a variável milhas por galão.



Fonte: Elaboração própria.

Todos os gráficos apresentados nesta seção foram gerados com as configurações padrão do R. No entanto, é possível modificar diversos aspectos, como o título, a escala dos eixos, as cores, o tamanho e tipo de fonte, os pontos e símbolos, adicionar legenda, dentre vários outros. Essas modificações permitem adaptar os gráficos para diferentes necessidades de análise e apresentação, tornando-os mais compreensíveis e visualmente atrativos.

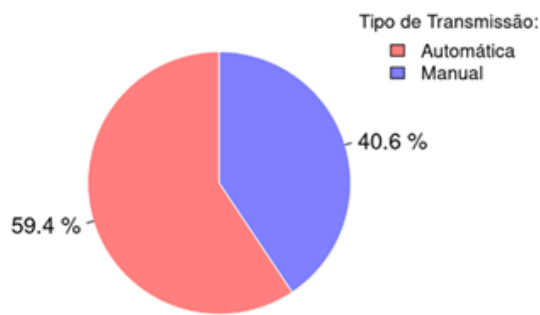
Para exemplificar algumas dessas modificações, os códigos apresentados a seguir alteram as características de um gráfico de setores e de um histograma. O gráfico de setores apresentado é mais informativo, visualmente mais atrativo e pode ser interpretado de forma independente, sem a necessidade de explicações adicionais. Já o histograma, além de ter suas características ajustadas, foi transformado em um gráfico de densidade, o que o torna mais adequado para a comparação de diferentes conjuntos de dados.

```
> pie(table(v3), main = "Distribuição de Transmissão (Manual vs Automática)", col =
c(rgb(1,0,0,alpha=0.5),rgb(0,0,1,alpha=0.5)), labels = paste(round(100 * table(v3) /
sum(table(v3)), 1), "%"), border = "white", cex = 1.2, init.angle = 90)

> legend("topright", legend = c("Automática", "Manual"), fill
=c(rgb(1,0,0,alpha=0.5),rgb(0,0,1,alpha=0.5)), title = "Tipo de Transmissão:", bty =
"n")
```

Figura 6: Gráfico de setores para a variável tipo de transmissão.

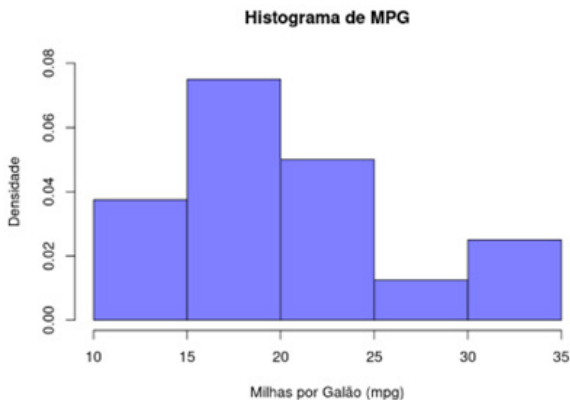
Distribuição de Transmissão (Manual vs Automática)



Fonte: Elaboração própria.

```
> hist(v1, freq = F, col = rgb(0,0,1,alpha = 0.5), main = "Histograma de MPG", xlab
= "Milhas por Galão (mpg)", ylab = "Densidade", xlim = c(10,35),ylim = c(0,0.08))
```

Figura 7: Histograma por densidade para a variável milhas por galão.



Fonte: Elaboração própria.

5 Considerações finais

O avanço das tecnologias digitais e o crescimento acelerado da produção de informações têm impactado significativamente a forma como a Estatística vem sendo ensinada. Neste capítulo, apresentou-se uma proposta de ensino que articula os principais tópicos da Estatística Descritiva com o uso do *software* R, explorando o potencial das ferramentas digitais no processo de ensino e aprendizagem.

Foram discutidos os principais conceitos estatísticos, conforme apresentados nos livros didáticos, bem como as possibilidades de explorá-los com o apoio de recursos computacionais. Observou-se que o R, por ser um *software* gratuito, de código aberto e amplamente difundido na comunidade científica, constitui uma ferramenta pedagógica relevante. Seu uso favorece uma aprendizagem ativa e contextualizada, ao aproximar situações reais dos conteúdos escolares e contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes.

Entretanto, destaca-se a necessidade de que o uso de tecnologias digitais esteja inserido em sequências didáticas bem estruturadas, com ênfase na interpretação dos dados, na compreensão conceitual e na comunicação dos resultados. Caso contrário, a utilização do *software* pode restringir-se a reprodução de comandos.

Referências

- BARREIROS, F. B.; LIMA, M. S.; CARVALHO, S. R. O letramento estatístico e a formação de professores: uma revisão de literatura. *Revista de Educação Matemática da Região Sul*, v. 2, n. 1, p. 1–18, 2022.
- BONANGELO, L. L. *CODAP no ensino de estatística e algoritmos de IA na educação básica: uma proposta de atividade didática*. 2023. 158 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2023. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45135/tde-30012024-113301/pt-br.php>. Acesso em: 7 maio 2025.
- CAZORLA, I. M. Letramento estatístico: uma necessidade para a cidadania. In: CAZORLA, I. M. (Org.). *Educação Estatística: pesquisa e práticas pedagógicas*. Ijuí: UNIJUÍ, 2006. p. 15–36.
- CAMPOS, C. R. Educação estatística e letramento estatístico: uma articulação necessária. *Boletim GEPEM*, n. 51, p. 19–28, 2007.

- COSTA JÚNIOR, R. M.; MONTEIRO, C. A. A importância do letramento estatístico na formação inicial de professores de matemática. *Revista Zetetike*, v. 28, e020042, 2020.
- COUTINHO, C. M.; CURI, E. A Estatística e suas interfaces: contribuições para o ensino e a pesquisa. *Revista Paradigma*, v. 31, n. 1, p. 11–28, 2010.
- COUTINHO, C.; CURI, E. *Ensino de estatística: reflexões e práticas*. São Paulo: Livraria da Física, 2010.
- CURCIO, F. R. Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 18, n. 5, p. 382–393, 1987.
- CRESPO, A. A. *Estatística Fácil*. São Paulo: Editora Saraiva, 2002.
- GAL, I. Statistical literacy: meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, v. 70, n. 1, p. 1–25, 2002.
- GAL, I. Statistical literacy: meanings, components, responsibilities. In: SCHIEFELE, U. et al. (Eds.). *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002. p. 47–78.
- GARFIELD, J.; BEN-ZVI, D. *Developing students' statistical reasoning: connecting research and teaching practice*. Dordrecht: Springer, 2008.
- GOMES, J. R.; NASCIMENTO, M. A.; PEREIRA, D. G. Tecnologias digitais no ensino de estatística: possibilidades com GeoGebra e ambientes virtuais. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 25, n. 4, p. 89–112, 2023.
- GUIMARÃES, A. S. *Estatística: uma visão geral*. São Paulo: Atual, 1996.
- HILBERT, M. Big Data for Development: A Review of Promises and Challenges. *Development Policy Review*, v. 34, n. 1, p. 135–174, 2016.
- IHAKA, R. R. Past and Future History. 1998. Disponível em: <https://cran.r-project.org/doc/html/interface98-paper/paper.html>. Acesso em: 7 maio 2025.
- IHAKA, R.; GENTLEMAN, R. R. A language for data analysis and graphics. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, v. 5, n. 3, p. 299–314, 1996.
- KENSKI, V. M. *Tecnologia e ensino presencial e a distância*. 6. ed. Campinas: Papirus, 2012.

KUHN, T. S. *A estrutura das revoluções científicas*. 4. ed. São Paulo: Perspectiva, 2006.

LATOUR, B. *Ciência em ação: como seguir cientistas e engenheiros sociedade afora*. São Paulo: Editora Unesp, 2000.

LEDERMAN, N. An updated history of R. *R-bloggers*, 2017. Disponível em: <https://www.r-bloggers.com/2017/10/an-updated-history-of-r/>. Acesso em: 7 maio 2025.

MAYER-SCHÖNBERGER, V.; CUKIER, K. *Big data: como extrair volume, variedade, velocidade e valor da avalanche de informações cotidianas*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.

MONTEIRO, C. A.; KAZUO, T. S. Uso de dados reais no ensino de Estatística: uma proposta com base na aprendizagem significativa. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v. 29, n. 53, p. 764–782, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n53a09>. Acesso em: 7 maio 2025.

PESTANA, D. D.; GAGEIRO, J. N. *Análise de dados para ciências sociais: a complementaridade do SPSS*. Lisboa: Silabo, 2008.

PINTO, L. A. O uso do Excel como recurso pedagógico no ensino de Estatística no curso técnico em Administração integrado ao ensino médio. 2024. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de São Paulo, Campus Presidente Epitácio. Disponível em: <https://repositorio.ifsp.edu.br/handle/123456789/1146>. Acesso em: 7 maio 2025.

PROVOST, F.; FAWCETT, T. *Data Science for Business: What You Need to Know About Data Mining and Data-Analytic Thinking*. Sebastopol, CA: O'Reilly Media, 2013.

SILVA, E. M. da; MAGNO, L. F. Práticas de ensino de Estatística com uso de *softwares* estatísticos na ciência da educação. *Revista Rease*, v. 2, n. 7, p. 1–14, 2022. Disponível em: <https://periodicorease.pro.br/rease/article/view/5296>. Acesso em: 7 maio 2025.

THE ECONOMIST. The world's most valuable resource is no longer oil, but data. *The Economist*, 6 maio 2017. Disponível em: <https://www.economist.com/>. Acesso em: 7 maio 2025.

TRIOLA, M. F. Introdução à Estatística. 12. ed. Rio de Janeiro: LTC Editora, 2017.

VALENTE, J. A. *O computador na sociedade do conhecimento: repensando*

a educação. Campinas: UNICAMP/NIED, 1999.

WICKHAM, H. *ggplot2: Elegant Graphics for Data Analysis*. Springer, 2016.

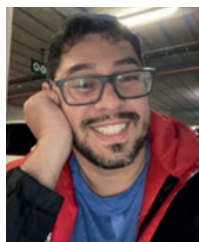
Sobre os autores



Marcela Richele Ferreira: Sou professora adjunta no Departamento de Matemática do CEFET-MG, onde me dedico ao ensino, à pesquisa e à extensão. Tenho graduação em Matemática pela Fundação Educacional do Vale do Jequitinhonha (2002), além de mestrado e doutorado em Modelagem Matemática e Computacional pelo próprio CEFET-MG, concluídos em 2009 e 2018, respectivamente. Minha experiência profissional inclui o ensino de Matemática em todos os níveis: Educação Básica, Ensino Superior e pós-graduação. Além da sala de aula, minhas pesquisas se concentram em Matemática Aplicada e Estatística



Livia Maria Dutra: Possui graduação (2012), mestrado (2015) e doutorado (2019) em Estatística pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Desde 2019 é professora no Departamento de Computação do CEFET-MG. Tem experiência na área de Probabilidade e Estatística, atuando principalmente nos seguintes temas: Inferência Bayesiana, Inferência em Processos Estocásticos, Estatística Computacional e Estatística Matemática.



Davidson Paulo Azevedo Oliveira: Professor Efetivo no Departamento de Matemática do CEFET-MG e atuo como Professor Colaborador no Mestrado em Educação Matemática (PPGEDMAT) da UFOP, onde oriento dissertações na linha de pesquisa de História, Cultura e Inclusão em Educação Matemática. Minha formação acadêmica inclui: Licenciatura e Especialização em Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), concluídas em 2003 e 2005. Mestrado em Educação Matemática pela Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), em 2012. Doutorado em

Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP-Rio Claro), em 2020. Além da docência e da pesquisa, sou Editor Associado da Revemop - Revista de Educação Matemática de Ouro Preto. Meus principais interesses de pesquisa são nas áreas de História da Matemática, História da Educação Matemática e Etnomatemática.

UMA PROPOSTA DE INTEGRAÇÃO DO PHYTON PARA O ESTUDO DE REGRESSÃO LINEAR SIMPLES

Frederico Xavier de Almeida¹

José Ronaldo Alves Araújo²

Douglas da Silva Tinti³

1 Introdução

Este capítulo apresenta uma proposta imbricada com a problemática de integração de tecnologias digitais para o ensino da estatística. Para Lirman e Sobrinho (2022), a utilização dessas tecnologias deve estar incorporada a práticas pedagógicas. Novaes e Coutinho (2013) apontam que o conhecimento relativo à estatística colabora para a atuação no exercício da cidadania e, nesse sentido, vemos a integração de tecnologias digitais como uma possibilidade para práticas favoráveis à aprendizagem estatística.

Sob essa concepção, o encaminhamento para a proposta que ora se apresenta emergiu das oportunidades proporcionadas durante a formação inicial em matemática vivenciada pelo primeiro autor. Por meio de componentes da matriz curricular, como Tecnologias da Informação e Comunicação, *Software* Aplicado à Matemática, Interdisciplinaridade e Modelagem Matemática, o envolvimento com diferentes possibilidades de integração de tecnologias digitais para o ensino levou à concepção do *Python* como uma dessas alternativas.

O Python é *software* com “uma linguagem de programação que permite, por meio de linhas de programação, dentre outras possibilidades, a construção de representações de modelos para fenômenos diversos, a

1 Licenciado em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sudeste de Minas Gerais; Especialista em Gestão Educacional pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais. E-mail: xfrederico0@gmail.com.

2 Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. E-mail: jronaldoaraujo@gmail.com.

3 Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo; Professor do Departamento de Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto. E-mail: tinti@ufop.edu.br.

partir de bancos de dados (Alura⁴, 2023). Conforme Lutz e Mark (2007) definem, ele é um código empático projetado para ser legível e que oferece suporte para mecanismos de reutilização de código, tais como Programação Orientada a Objetos (POO).

À luz da problemática da integração de tecnologias digitais para o ensino da estatística, este capítulo tem como objetivo apresentar proposta de integração do *Python* com foco no estudo de regressão linear simples.

Diante do objetivo, a organização deste capítulo traz, inicialmente, uma introdução com aspectos relativos à problemática e ao contexto da concepção para a proposição do estudo; posteriormente, discute-se sobre possibilidades de integração de tecnologias digitais para o ensino de estatística; em seguida, uma apresentação sobre aspectos relativos ao objeto regressão linear simples; no sentido de oferecer suporte teórico para análises de uma potencial implementação da proposta, são apresentados os estágios de transnumeração, seguidos pela explanação do ciclo investigativo adotado como recurso para a organização didática da proposta de ensino; sequencialmente, as escolhas para a proposição das atividades são apresentadas, orientada pela proposta de integração do *Python* e; posteriormente, são tecidas discussões e considerações finais.

2 A integração de tecnologias digitais para o ensino de estatística

Lirman e Sobrinho (2022), ao salientarem para a necessidade de explorar aspectos necessários ao letramento estatístico, de forma a propiciar o protagonismo dos alunos na construção e análise crítica do conhecimento, entendem que há um imbricamento entre estatística e tecnologia. Para esses autores, é relevante considerar o apoio dessas tecnologias para ensinar estatística.

Em estudos como o de Araújo (2018), observam-se, por exemplo, as potencialidades da integração do GeoGebra em uma sequência de atividades voltadas ao estudo de medidas de tendência central. Ao permitir representações diversas e dinâmicas de um banco de dados, a integração da tecnologia digital contribuiu para aprendizagem. Santos (2019), ao investigar a integração do R⁵ em atividades em um contexto de ensino,

4 Disponível em: <https://www.alura.com.br/apostila-python-orientacao-a-objetos/o-que-e-python>. Acesso em: 25 de março de 2025.

5 O R é um ambiente de *software* livre para computação estatística e gráfica.

observou que as ferramentas disponíveis pela tecnologia digital favoreceram a mobilização de saberes estatísticos.

À integração do *Python*, Dal Piaz (2023), ao utilizá-lo no estudo de estatística descritiva, destacou as possibilidades de análise de grandes conjuntos de dados e de visualização por meio da construção de diferentes representações. O autor considera o *Python*, aliado ao desenvolvimento de habilidades relativas à programação, uma tecnologia propensa para ensinar estatística, ao passo que o pensamento lógico, a criatividade, a autonomia são elementos que podem advir de proposições de ensino mediadas por essa tecnologia digital.

À luz de perspectivas como as de Araújo (2018) e Santos (2019), que observam a possibilidade de integração de tecnologias digitais, e das considerações de Dal Piaz (2023), que salienta para as potencialidades do *Python*, a proposta apresentada neste capítulo integra explorações do *Python* para ensino de regressão linear simples. A seção seguinte está dedicada ao objeto de estudo: regressão linear simples.

3 O objeto regressão linear simples

A regressão linear simples é um objeto de estudo do campo da estatística. Utilizada para modelar a relação entre uma variável dependente e uma ou mais variáveis independentes, a análise de regressão permite investigar a relação estatística entre as variáveis. A variável dependente é usualmente admitida como alvo, enquanto as independentes são ditas preditoras.

Como uma ferramenta estatística para resumir dados e avaliar a dependência entre variáveis aleatórias, de acordo Angrist e Pischke (2009), a análise baseada na regressão linear não se centra nas relações determinísticas, mas na identificação da dependência estatística. Essa análise utiliza instrumentos qualitativos e quantitativos para analisar as relações entre as variáveis, em que a variável dependente (ou endógena), denotada por y , é aquela cujo comportamento é explicado pela variável x , chamada de variável explicativa, regressora ou independente. Essa abordagem envolve avaliar uma equação direta como $y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon$, em que β_0 e β_1 são os parâmetros a serem encontrados. A inclinação representa o efeito de uma mudança em x sobre y (Chein, 2019).

Admitindo uma equação equivalente à apresentada por Chein (2019) e por Coutinho e Novais (2013), a forma $y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon$, adotada para a regressão

linear simples com uma variável independente, apresenta os seguintes elementos: corresponde à variável dependente, o à variável independente, ao coeficiente angular (inclinação) e ao coeficiente linear (intercepto).

Havendo mais de uma variável independente, a equação de regressão linear simples se expande para incluir vários coeficientes, sendo admitida como regressão linear múltipla e sua equação geral concebida como , onde o intercepto e são os coeficientes das variáveis independentes.

No estudo de um fenômeno, outro aspecto relevante da regressão linear é o *método dos mínimos quadrados*, que consiste em minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre os valores coletados e os valores previstos pela equação da regressão. Esse procedimento é realizado pelo ajuste dos coeficientes, de modo a minimizar a soma dos quadrados dos *resíduos*.

Há que se considerar os *resíduos* e a *homocedasticidade* dos dados observados. Os resíduos dizem respeito às diferenças entre os valores observados e os valores previstos. Por sua vez, a *homocedasticidade* refere-se à igualdade das variâncias dos *resíduos* em todos os níveis das variáveis independentes, o que constitui uma suposição importante para a validade dos resultados. O *coeficiente de determinação* representa a proporção da variabilidade na variável dependente, que é explicada pelas variáveis independentes. Essa métrica varia de 0 a 1, indicando a porcentagem da variabilidade explicada.

A validação do *modelo* de regressão linear simples tem como objetivo estimar a reta que melhor descreve a relação entre as variáveis. O *modelo*, representado por uma reta, é uma forma de resumir a informação contida na dispersão de pontos e fornece uma representação simplificada de um fenômeno, a partir de seus dados coletados. Como definem Novaes e Coutinho (2013), a reta de regressão linear simples depende das seguintes estatísticas: média de , desvio-padrão de , média de , desvio-padrão de e correlação entre .

Além disso, têm-se, para a reta de regressão linear simples, a inclinação , que é dada por , e o intercepto , que é calculado usando as médias (e) e a inclinação, dado por . Portanto, a inclinação é determinada pela correlação entre e , juntamente com os desvios padrão de e . O intercepto é calculado com base nas médias de e , juntamente com a inclinação; e essas fórmulas permitem calcular os parâmetros da reta de regressão populacional com base nas estatísticas mencionadas. Cabe ressaltar que todo *modelo* de regressão linear simples precisa ser validado para garantir sua utilidade e

isso envolve a análise de *resíduos*, *testes de significância* dos coeficientes e avaliação de métricas de desempenho, como o .

Apresentados os conceitos relativos ao objeto regressão linear simples, a seguir são apresentados recursos teóricos dos estágios de transnumeração, que permitem conceber análises de possíveis potencialidades de explorações do *Python* em uma potencial implementação da proposta.

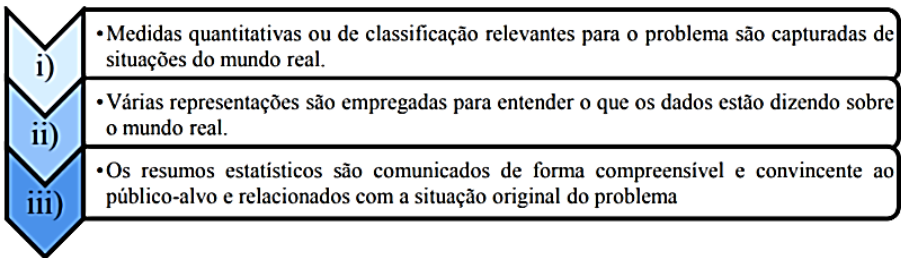
4 Referenciais teórico e metodológico

Concebida como referencial teórico, a transnumeração é um tipo de pensamento estatístico que se define como um processo dinâmico de mudança de representação de dados para gerar compreensão deles (Wild; Pfannkuch, 1999). O ciclo investigativo, como uma dimensão do pensamento estatístico, no sentido da aprendizagem estatística pode ser visto como uma estratégia (Wild; Pfannkuch,1999), adotado, portanto, como referencial na proposta apresentada.

4.1 Estágios de transnumeração

Araújo (2023) adota os estágios de transnumeração como referencial para investigar possíveis contribuições das tecnologias digitais para o ensino da estatística. De modo semelhante, a proposta apresentada neste capítulo também se apoia nesse referencial, com o intuito de analisar adventos das explorações do *Python* para o ensino de regressão linear simples. O esquema (Figura 1) a seguir mostra uma adaptação da organização dos estágios de transnumeração propostos por Pfannkuch, Rubick e Yoon (2002), apresentada por Araújo (2023).

Figura 2 – Estágios de Transnumeração



Fonte: Pfannkuch, Rubick e Yoon (2002, adaptado por Araújo 2023, p. 68).

O primeiro estágio, apresentado por Pfannkuch, Rubick e Yoon (2002), tem como aspecto evidente a captura de qualidades ou características de um problema real. Com a necessidade de compreender os dados oriundos do contexto do problema estudado, Pfannkuch, Rubick e Yoon (2002) salientam que, no segundo estágio, a ênfase está na transformação desses dados brutos em múltiplas representações gráficas, resumos estatísticos. Com a obtenção de significados, no terceiro estágio, observa-se que a comunicação é o elemento relevante, no qual, com base nos dados e suas possíveis representações, os julgamentos são comunicados, buscando promover a compreensão do problema estudado.

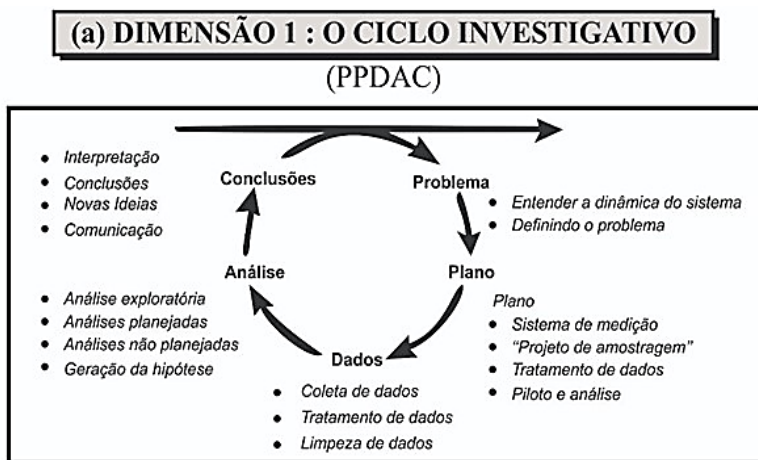
Araújo (2023, p. 68) considera que “os estágios delineados por Pfannkuch, Rubick e Yoon (2002) permitem compreender como a transnumeração ocorre ao longo de uma atividade que envolve dados”. Nessa perspectiva, a implementação da proposta de integração do *Python* para o estudo de regressão linear simples apoia-se no referencial dos estágios de transnumeração, de modo a orientar e compreender os processos de transformação, organização e representação dos dados ao longo das atividades desenvolvidas.

4.2 Ciclo investigativo – PPDAC⁶

Wild e Pfannkuch (1999) definem o ciclo investigativo como uma abordagem sistemática de investigação e que envolve a abstração e resolução de problemas de estatística, que pode ser definido para atingir objetivos de aprendizagem. Na Figura 3, observa-se a organização proposta para o ciclo.

6 A sigla PPDAC é uma abreviação dos nomes dados às fases que compõem o ciclo investigativo, quais sejam: Problema, Plano, Dados, Análises e Conclusão. Neste texto, referenciamos apenas como ciclo investigativo, concebendo todas as suas fases.

Figura 3 – Ciclo Investigativo PPDAC



Fonte: Wild e Pfannkuch (1999, p. 226, tradução nossa).

Para as fases do ciclo investigativo (Figura 3), Pfannkuch e Wild (2004) apresentam as seguintes definições: O *problema* consiste em conhecer o contexto dos dados, ou seja, fase na qual se define o problema ou fenômeno a ser investigado; O *plano* inclui a definição dos procedimentos de pesquisa, sendo um plano de ação elaborado a partir do problema delimitado; Os *dados* incluem o trabalho com dados, ou seja, o gerenciamento para, posteriormente, permitir análises; A *análise* está relacionada à análise dos dados, que pode indicar soluções para o problema estabelecido; e a *conclusão* formaliza os resultados da investigação, a partir dos dados relativos ao problema, em que se tem a oportunidade de explicitar compreensões sobre o problema abordado.

A utilização do ciclo investigativo como referencial metodológico pode permitir que, sob o ponto de vista da relação entre os problemas e os seus respectivos dados, a proposta apresentada possa advir de contextos do mundo real. Nesse sentido, conforme Cazorla e Santana (2020), cabe ao professor elaborar tarefas que permitam a abordagem de assuntos que despertem o máximo de interesse no aluno.

5 Escolhas e procedimentos metodológicos

Nesta seção, explicitamos a escolha metodológica de integrar, na proposta, uma base de dados que permita explorar dados e problematizá-los. A organização didática propõe aos participantes uma aproximação

aos dados disponíveis na plataforma do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada - Banco de Dados - IPEADATA⁷.

O IPEADATA é uma instituição brasileira voltada para a produção e disseminação de informações econômicas e tem como objetivo fornecer dados estatísticos e indicadores econômicos relevantes para a análise e pesquisa no campo econômico e social. O acesso aos dados do IPEADATA pode ser feito por meio do seu *site* ou de serviços específicos, como a API OData, que permite consultas programáticas aos dados. Nesse sentido, a proposta busca incluir as possibilidades de integração do *Python* para ensino de regressão linear, a partir de dados disponíveis no IPEADATA.

5.1 Apresentação da proposta de integração do *Python*

Sob as fases do ciclo investigativo (Wild; Pfannkuch, 1999), a organização didática da proposta concebe possíveis procedimentos, incluindo as explorações com o *Python*, que podem conduzir o trânsito nos diferentes estágios de transnumeração, por meio de um “problema-exemplo”, em um estudo focado na regressão linear simples.

Problema: Carece de uma definição clara e do estabelecimento de métricas relevantes que permitam organizar o problema que se deseja abordar. Como este capítulo apresenta uma proposta que precede uma possível implementação, considerou-se, por uma escolha metodológica, a definição de um problema-exemplo que permitisse explicitar uma possibilidade para o empreendimento da proposta. À luz dos dados do IPEADATA, o problema-exemplo estabelecido é investigar se há relação entre as variáveis *Faixa de Renda* e *Inflação em Alimentos e Bebidas*. A escolha por investigar essa relação pode ser justificada, sob o ponto de vista do contexto real, no sentido de Cazorla e Santana (2020).

Plano: Uma vez escolhido o problema a ser estudado, deve-se discutir o contexto em termos gerais. Conforme Cazorla e Santana (2020), antes de elaborar o plano, é necessário conduzir uma investigação inicial, compreender, com alguma profundidade, o contexto do problema, a identificação de variáveis relevantes e a coleta dados pertinentes.

Após a definição do problema e a identificação do contexto, como proposto, a partir do acesso ao IPEADATA, deve-se planejar metas e objetivos a serem atingidos. É necessário refletir sobre qual resposta se quer encontrar e como é possível conseguir tal resposta, qual ferramenta é

⁷ Disponível em: <https://www.ipeadata.gov.br/>. Acesso em: 25 de março de 2025.

melhor utilizar, qual o melhor momento para coletar dados. Nessa fase da proposta, aplicar instrumentos de pesquisa, como o API do IPEADATA, por meio do *Python*, é uma possibilidade a ser explorada e concebida aqui.

Ainda no planejamento, é necessário definir de quem ou onde os dados serão obtidos (variáveis de *Faixa de Renda* e *Inflação em Alimento e Bebidas*), preparar ferramentas de coleta de dados, selecionar a amostra da qual os dados serão coletados e planejar o processo de coleta de dados (Cazorla; Santana, 2020).

Dados: Após a elaboração do plano, é necessário coletar dados. Como uma escolha cogitada na fase de planejamento, no contexto do problema-exemplo, considera-se a possibilidade de uma análise dos dados econômicos do IPEADATA integrando a API OData, via *Python*. Antes de seguir a abordagem do problema-exemplo, explicitam-se algumas informações que auxiliam na compreensão da construção do código, para explorar os dados emergentes. Nesse caso, certificar de ter a biblioteca *requests* instalada no dispositivo e, posteriormente, seguir alguns passos utilizando a biblioteca *requests* em *Python*.

Figura 4 – Visualização da tela de instalação da biblioteca via CMD requests

```

pip install requests

import requests

# URL base da API do IPEADATA
base_url = "http://www.ipeadata.gov.br/api/odata4/"

# Nome da entidade que você deseja consultar (por exemplo, Estatísticas Mensais)
entidade = "Estatisticas_Mensais"

# Construa a URL completa para obter todos os dados da entidade
url = f"{base_url}{entidade}"

# Faça a solicitação HTTP para obter os dados
response = requests.get(url)

# Verifique se a solicitação foi bem-sucedida (código de status 200)
if response.status_code == 200:
    # Obtenha os dados no formato JSON
    dados = response.json()

    # Visualize os primeiros registros
    print("Primeiros registros:")
    print(dados["value"][:5])

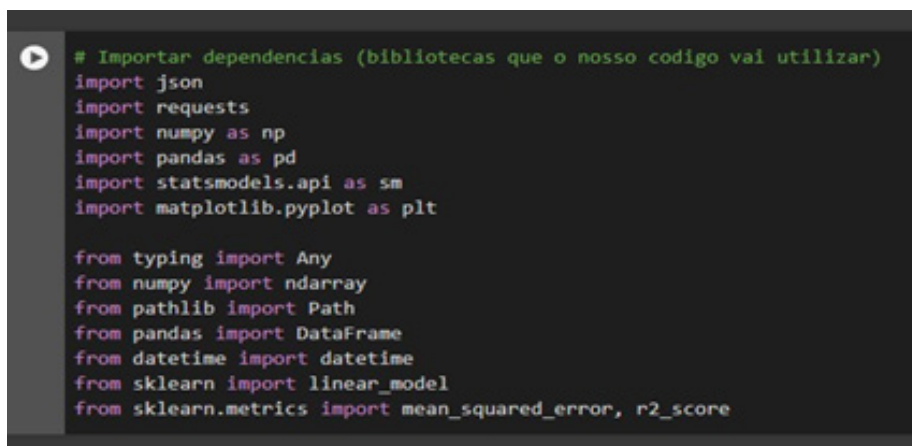
    # Informações gerais sobre os dados
    print("\nInformações gerais sobre os dados:")
    print(f"Número total de registros: {len(dados['value'])}")
else:
    print(f"A solicitação falhou com o código de status {response.status}

```

Fonte: IPEADATA (2024).

A Figura 4 mostra a tela inicial do código, um ponto de partida, por meio do *Python*, para explorar os dados econômicos do IPEADATA. Para criar um modelo inicial, considera-se a biblioteca *requests*; e, na construção do código, tomou-se como base a *wiki* sobre Python Carnegie Mellon University - Statistics & Data Science (<https://www.stat.cmu.edu/~hseelman/309/Book/chapter9.pdf>). Para acessar o código criado em linguagem *Python* para esta proposta, basta seguir o *link*. https://colab.research.google.com/drive/1soMaR2fm_X22jShTd9XYC1DBU93Tn1Ic#scrollTo=aY8w9M9i8wwP, o que viabiliza uma a exploração *online*.

Figura 5 – Tela de implementação inicial da Regressão linear simples com scikit-learn e outras bibliotecas



```
# Importar dependências (bibliotecas que o nosso código vai utilizar)
import json
import requests
import numpy as np
import pandas as pd
import statsmodels.api as sm
import matplotlib.pyplot as plt

from typing import Any
from numpy import ndarray
from pathlib import Path
from pandas import DataFrame
from datetime import datetime
from sklearn import linear_model
from sklearn.metrics import mean_squared_error, r2_score
```

Fonte: Produção dos autores.

Nas importações das bibliotecas ou dependências, existe uma infinidade de funções que o *Python* disponibiliza (Figura 5). Quando necessário, importa-se a biblioteca de forma explícita, utilizando o comando *import*. Por exemplo, no comando *import numpy as np*, na biblioteca *numpy*, o “as” seria um atalho ou apelido para chamar a biblioteca. Como as bibliotecas têm inúmeras funções e muitas podem ser semelhantes, podem acontecer comportamentos inesperados, em que o *Python* vai “puxar” as funções da última versão incorporada ao código (Marcondes, 2018).

No caso de *from numpy import ndarray*, o código *ndarray* ou *array* é uma estrutura multidimensional que permite armazenar dados na memória do computador, de modo que cada item localizado nessa estrutura pode ser encontrado por meio de um esquema de indexação. O *Numpy* Python

denomina essa estrutura como *ndarray*, como forma de abreviação a *array* *N-dimensional* (Marcondes, 2018). Algumas bibliotecas usadas no código:

- *json* – (*JavaScriptObjectNotation*) comunicação entre as extensões e *web*;
- *requests* – comunicação com a internet;
- *numpy* – computação científica;
- *pandas* – computação tabuladas;
- *statsmodels.api* – modelos estatísticos; e
- *matplotlib.pyplot* – figuras e gráficos.

Retomando o problema-exemplo, como explorado anteriormente, usaremos a base de dados do IPEADATA, com a nossa base de dados API.

Figura 6 – Obtenção de parâmetro de organização das variáveis

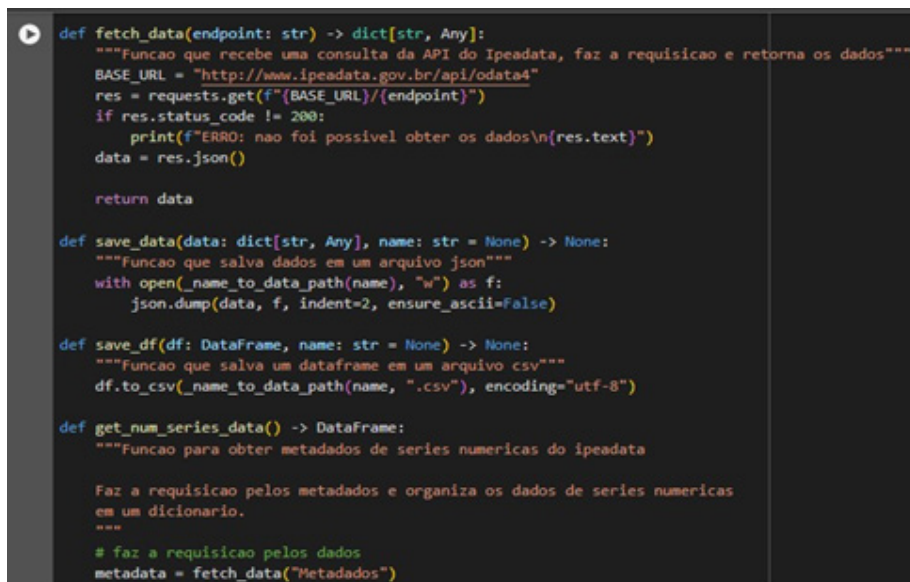
```
# Definir as funcoes do nosso codigo

def _name_to_data_path(name: str = None, ext: str = ".json") -> Path:
    """Funcao auxiliar que valida o nome de uma arquivo e parametriza o caminho para qualquer SO"""
    if name is None:
        # se um nome nao foi passado utiliza a data de hoje como o nome padrao
        now = datetime.now().strftime(r"%m-%d-%Y-%H-%M-%S")
        name = f"{now}_data{ext}"
    if not name.endswith(ext):
        # se o nome do arquivo passado nao termina com a
        # extensao passada, concatena a extensao
        name = name + ext
    # retorna o caminho onde o arquivo sera salvo
    return Path("sample_data", name)
```

Fonte: Produção dos autores.

Com base na Figura 6, são observadas delimitações para obter variáveis de mesma periodicidade, de forma a parear as variáveis (metadados) com início em seu período temporal mais antigo. Esse trabalho de preparação para organização dos dados é um aspecto relevante para a proposta e permitirá compreender os dados, sob alguma lógica, no caso temporal.

Figura 7 – Parte do processo de limpeza e organização dos dados



```

def fetch_data(endpoint: str) -> dict[str, Any]:
    """Funcao que recebe uma consulta da API do Ipeadata, faz a requisicao e retorna os dados"""
    BASE_URL = "http://www.ipeadata.gov.br/api/odata4"
    res = requests.get(f"{BASE_URL}/{endpoint}")
    if res.status_code != 200:
        print(f"ERRO: nao foi possivel obter os dados\n(res.text)")
    data = res.json()

    return data

def save_data(data: dict[str, Any], name: str = None) -> None:
    """Funcao que salva dados em um arquivo json"""
    with open(_name_to_data_path(name), "w") as f:
        json.dump(data, f, indent=2, ensure_ascii=False)

def save_df(df: DataFrame, name: str = None) -> None:
    """Funcao que salva um dataframe em um arquivo csv"""
    df.to_csv(_name_to_data_path(name, ".csv"), encoding="utf-8")

def get_num_series_data() -> DataFrame:
    """Funcao para obter metadados de series numericas do ipeadata

    Faz a requisicao pelos metadados e organiza os dados de series numericas
    em um dicionario.
    """
    # faz a requisicao pelos dados
    metadata = fetch_data("Metadados")
  
```

Fonte: Produção dos autores.

Os metadados obtidos o IPEADATA são salvos em formato *json* para a leitura do código (Figura 7), que devolve uma lista de arquivos CSV, posteriormente baixada para filtrar e tratar os dados. Ao salvar os dados em formato *json*, é permitida a leitura do código dados e, ao gerar uma lista de arquivos em CSV, o código proposto promove um processo transnumerativo, que, posteriormente, resultará em melhores possibilidades de compreensão dos dados originais. Um processo de limpeza dos dados ainda ocorre (Figura 8), o código faz uma varredura pelos dados requisitados, quanto a valores e subvalores referentes às series numéricas na tabela CSV gerada.

Figura 8 – Tabela CSV gerada

```
# ajudar a consultar os códigos das series
metadata_df = get_num_series_data()
print(metadata_df)
save_df(metadata_df, "metadata")
```

	codes	names	\
0	ABATE_ABPEAV	Abate - aves - peso das carcaças	
1	ABATE_ABPEBV	Abate - bovinos - peso das carcaças	
2	ABATE_ABPEJU	Abate - suínos - peso das carcaças	
3	ABATE_ABQUAV	Abate - aves - quantidade	
4	ABATE_ABQUBV	Abate - bovinos - quantidade	
...	...	...	...
4359	SGS12_NDIASUTEISFUT12	Número de dias úteis futuros	
4360	SGS12_NDIASUTEISPAS12	Número de dias úteis	
4361	SGS366_CDI366	Taxa de juros - CDI	
4362	SGS366_DIASUTEISFUT366	Dias úteis futuros - indicador	
4363	SGS366_DIASUTEISPAS366	Dias úteis - indicador	
...	...	...	...

	comments	countries	frequencies	\
0	O abate de animais é mensurado por sua quantid...	BRA	Anual	
1	O abate de animais é mensurado por sua quantid...	BRA	Anual	
2	O abate de animais é mensurado por sua quantid...	BRA	Anual	
3	O abate de animais é mensurado por sua quantid...	BRA	Anual	
4	O abate de animais é mensurado por sua quantid...	BRA	Anual	
...	...	...	...	...

Fonte: Produção dos autores.

Após esse processo de limpeza e de adequações de formas, organizando os dados, como mostra a Figura 9a, no código criado, as colunas da tabela CSV são subnomeadas e incorporadas ao *Dataframe* com o *return df*. Na Figura 9b, as listas em “branco” retornam os dados conforme as colunas nomeadas.

Figura 9b – Varredura nos dados em relação a valores e a subvalores nas series numéricas na tabela CSV gerada

Figura 9b – Subnomeações e incorporações das colunas da tabela CSV ao *Dataframe* com o *return df*

```
# faz a requisição pelos dados
metadata = fetch_data("Metadados")

# percorre os dados retornados e organiza em um dicionário
# apenas aqueles referentes a series numericas e ativos
codes = []
names = []
comments = []
countries = []
frequencies = []
unities = []
last_updates = []
for val in metadata["value"]:
    if val["SERMAMERICA"] is True and val["SERSTATUS"] == "A":
        codes.append(val["SERCODIGO"])
        names.append(val["SERNOME"])
        comments.append(val["SERCOMENTARIO"])
        countries.append(val["PAISCODIGO"])
        frequencies.append(val["PERIODO"])
        unities.append(val["UNIDNOME"])
        last_updates.append(val["SERATUALIZACAO"])
df = pd.DataFrame(
```

```
{
    "codes": codes,
    "names": names,
    "comments": comments,
    "countries": countries,
    "frequencies": frequencies,
    "unities": unities,
    "last_updates": last_updates,
}
```

Fonte: Produção dos autores.

O processo realizado até então é um preparo do código que antecede a aplicação de duas funções. A primeira delas é a função *get_data_series*, uma construção de programação fundamental da linguagem, usada para agrupar o *script* em blocos, de modo que possa ser executada quantas vezes forem necessárias, extraindo os valores específicos da série numérica e salvos em formato *json* para serem extraídos como valores. A segunda função, *linear_regression*, é a principal função, responsável por receber os valores já higienizados e organizados para, de fato, aplicar a regressão linear. Ambas as aplicações das funções podem ser observadas na Figura 10.

Figura 10 - Aplicação da função *get_data_series* da função *linear_regression*

```
)
return df

def get_data_series(code: str) -> ndarray:
    """Funcao para obter os valores de uma serie numerica especifica"""
    # faz a requisicao pelos dados
    data_series = fetch_data(f"Metadados('{code}')/Valores")
    # salva os dados em um json
    save_data(data_series, code)
    # extrai apenas os valores dos dados
    values = [val["VALVALOR"] for val in data_series["value"]]

    return np.asarray(values)

def linear_regression(
    x: ndarray,
    y: ndarray,
    x_label: str = "x",
    y_label: str = "y",
    training_set_size: int = 20,
    x_probe: float | None = None,
    y_probe: float | None = None,
) -> None:
    """Funcao que executa a regressao linear"""
```

Fonte: Produção dos autores.

Como forma de ajuste, o código ainda realiza uma parametrização de casas decimais, cores e demais elementos relativos à representação do gráfico. Além de estabelecer e definir “x” como variável independente e “y” como variável dependente, retorna os valores da *data_series*, já parametrizados com *ndarray*, para a aplicação do “treino” do modelo da regressão linear. Assim, os parâmetros para os *prints* viabilizam plotar os gráficos, observados na Figura 11.

Figura 11- Treinando e imprimindo graficamente o modelo da função linear_regression

```

"""Funcao que executa a regressao linear"""
# separa os dados da variavel independente em conjuntos de treino/teste
x_train = x[:-training_set_size]
x_test = x[-training_set_size:]

# separa os dados da variavel dependente em conjuntos de treino/teste
y_train = y[:-training_set_size]
y_test = y[-training_set_size:]

# cria o objeto para a regressao linear
regr = linear_model.LinearRegression()

# treina o modelo utilizando o conjunto de treino
regr.fit(x_train, y_train)

# faz a predicao utilizando o conjunto de teste
y_pred = regr.predict(x_test)

# coeficientes da reta obtida
a_coeff = regr.coef_
l_coeff = regr.intercept_

"""Funcao que executa a regressao linear"""
# separa os dados da variavel independente em conjuntos de treino/teste

# imprime algumas metricas obtidas
print("Coeficiente angular: \n", regr.coef_)
print("Coeficiente linear: \n", regr.intercept_)
print("Erro quadratico medio: %.2f" % mean_squared_error(y_test, y_pred))
# 1 eh show!
print("Coeficiente de determinacao: %.2f" % r2_score(y_test, y_pred))
print()

# tracar o grafico
fig, ax = plt.subplots()
# uma casa decimal nos ticks eixo X
ax.xaxis.set_major_formatter(FormatStrFormatter('%0.1f'))
# uma casa decimal nos ticks eixo Y
ax.yaxis.set_major_formatter(FormatStrFormatter('%0.1f'))
ax.scatter(x_test, y_test, color="black")
ax.plot(x_test, y_pred, color="blue", linewidth=2)

```

Fonte: Produção dos autores.

Em continuação ao processo mostrado na Figura 11, a Figura 12 apresenta a execução do processo de visualização de um ponto na reta representada graficamente, de forma a validar valores mínimos e máximos para “x” e “y”. Adicionalmente, com o *plot.show()*, salva um arquivo.png (gráfico da regressão).

Figura 12- Viabilização do intercepte do ponto no gráfico do modelo da função linear_ regression

```

# visualizar um ponto no grafico da reta obtida
if x_probe:
    min_x = np.amin(x_test)
    max_x = np.amax(x_test)
    min_y = np.amin(y_pred)
    max_y = np.amax(y_pred)

    # validar se x_probe é valor muito alto ou muito baixo
    if x_probe < min_x:
        print(f"Valor de x_probe eh muito baixo! Considerando x_probe = {min_x}...")
        x_probe = min_x
    if x_probe > max_x:
        print(f"Valor de x_probe eh muito alto! Considerando x_probe = {max_x}...")
        x_probe = max_x
    # Imprime o gráfico de dispersão
    y_probe = y_probe or (1_coeff + a_coeff*x_probe)
    ax.scatter(x_probe, y_probe, marker="+", color="gray", s=240)
    ax.plot(
        np.linspace(x_probe, x_probe, 10),
        np.linspace(min_y, y_probe, 10),
        color="gray",
        linestyle="dashed"
    )

ax.plot(
    np.linspace(min_x, x_probe, 10),
    np.linspace(y_probe, y_probe, 10),
    color="gray",
    linestyle="dashed"
)

my_fontsize = 12
plt.xlabel(x_label, fontsize=my_fontsize)
plt.ylabel(y_label, fontsize=my_fontsize)
plt.rc('xtick', labelsizes=my_fontsize)
plt.rc('ytick', labelsizes=my_fontsize)
fig.set_figheight(8)
fig.set_figwidth(8)
# fig.set_dpi(240)

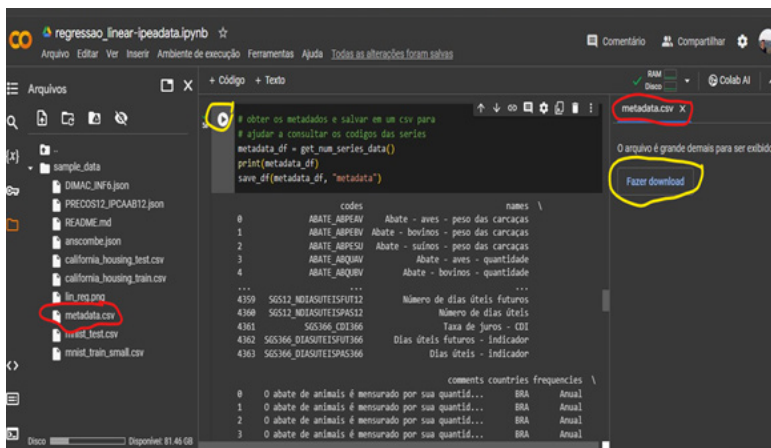
# mostra o grafico
plt.show()
# salva o grafico em um arquivo
plt.savefig(_name_to_data_path("lin_reg", ".png"))

```

Fonte: Produção dos autores.

Nessa etapa, o código treina os metadados e os salva para plotar ou imprimir o gráfico extraído para a pasta metadados.CSV, conforme Figura 13.

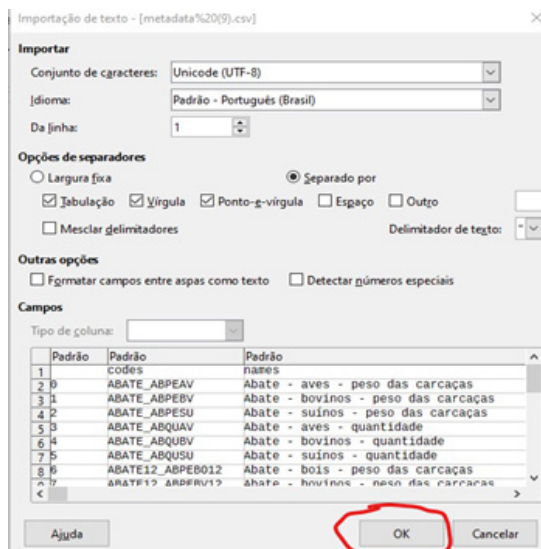
Figura 13- viabiliza o intercepte do ponto no gráfico do modelo da função linear_
regression



Fonte: Produção dos autores.

Cabe ressaltar que, nesta proposta, o código escrito em linguagem *Python* é adequado para Linux, que usa o padrão de comunicação entre CSV e Planilha padrão (UFT-8). Adicionalmente, se faz necessário ter instalado no computador o LibreOffice, um pacote gratuito e de código aberto, com as configurações indicadas na Figura 14.

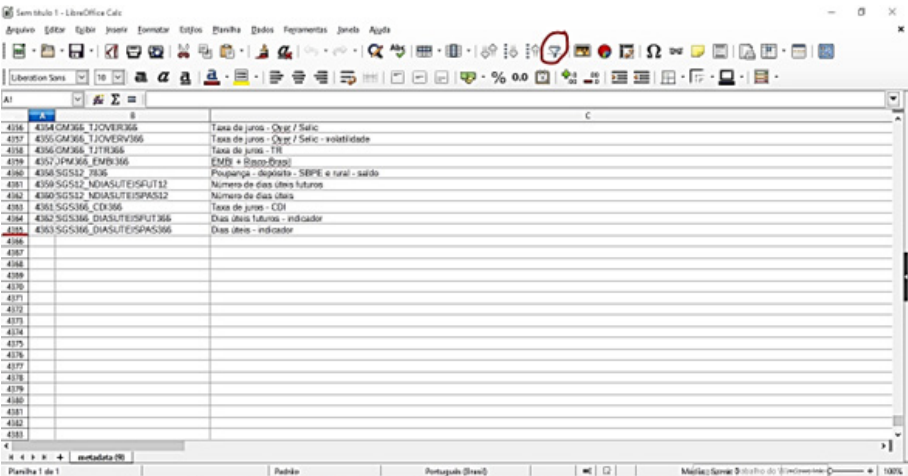
Figura 14- Padrão para de importação dos metadados CSV para o Libre office



Fonte: Produção dos autores.

Na Figura 15, observa-se que o número de linhas da planilha corresponde ao número de códigos, sendo que cada um deles representa um dado das séries históricas do IPEADATA.

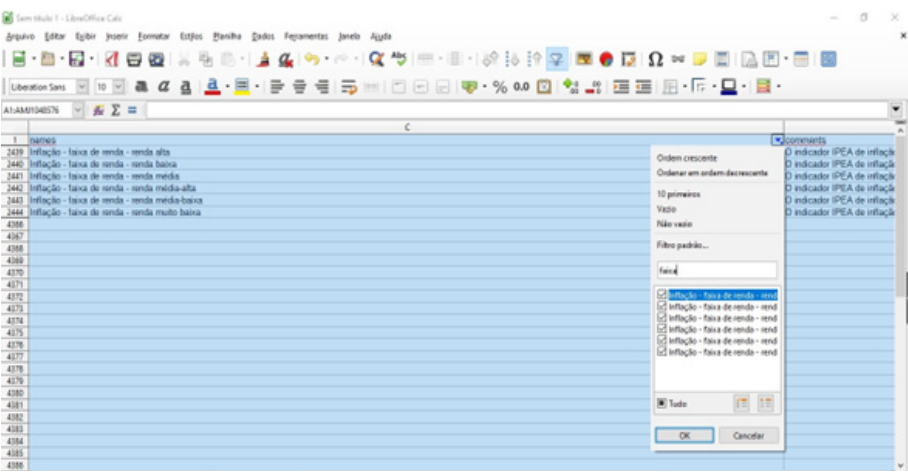
Figura 15- Planilha com os metadados sem filtragem



Fonte: Produção dos autores.

O processo ainda requer uma filtragem. Essa filtragem, na tabela, demanda atenção tanto aos períodos dos dados quanto à grandeza desses dados, conforme exemplificado na Figura 16.

Figura 16- Planilha com os metadados com filtragem



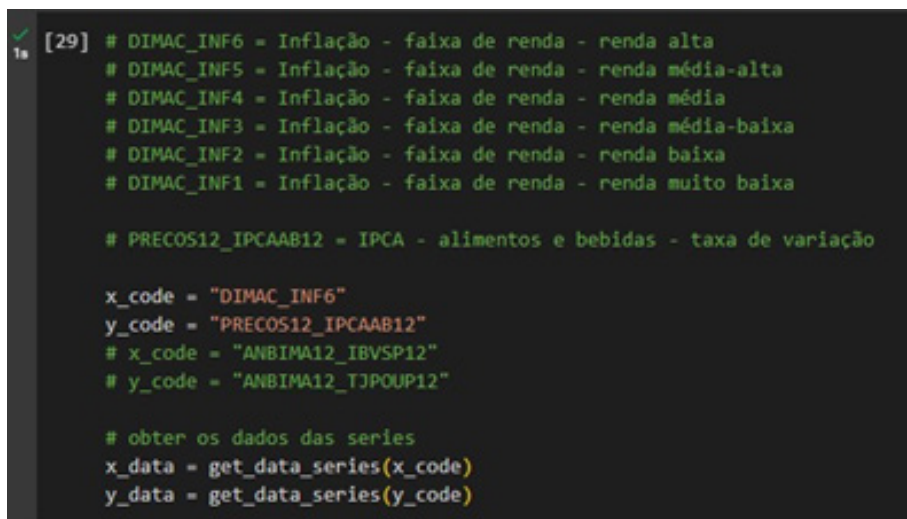
Fonte: Produção dos autores.

Diante do detalhamento de concepção do código em *Python* para o estudo de regressão linear simples, a partir dos dados do IPEADATA, a filtragem desses dados se limitou aos relativos ao problema-exemplo, que trata de investigar as possíveis relações entre a inflação por faixa de renda e o IPCA de alimentos e bebidas.

Esse processo permitirá encontrar representações para os dados, que podem favorecer futuras análises e conclusões com o ciclo investigativo. Tal processo, em uma implementação da proposta, pode ser analisado com referência à luz dos estágios de transnumeração.

Na Figura 17, o trabalho com a manipulação dos dados do problema-exemplo mostra que a delimitação da variável independente “x” será a faixa de renda alta e a variável dependente “y” será o IPCA de alimentos e bebidas.

Figura 17 – Código que representão a variáveis “x” e “y” no modelo



```
[29] # DIMAC_INF6 = Inflação - faixa de renda - renda alta
# DIMAC_INF5 = Inflação - faixa de renda - renda média-alta
# DIMAC_INF4 = Inflação - faixa de renda - renda média
# DIMAC_INF3 = Inflação - faixa de renda - renda média-baixa
# DIMAC_INF2 = Inflação - faixa de renda - renda baixa
# DIMAC_INF1 = Inflação - faixa de renda - renda muito baixa

# PRECOS12_IPCAAB12 = IPCA - alimentos e bebidas - taxa de variação

x_code = "DIMAC_INF6"
y_code = "PRECOS12_IPCAAB12"
# x_code = "ANBIMA12_IBVSP12"
# y_code = "ANBIMA12_TJPOUP12"

# obter os dados das series
x_data = get_data_series(x_code)
y_data = get_data_series(y_code)
```

Fonte: Produção dos autores.

A delimitação das variáveis dependente e independente, conforme o problema-exemplo, leva ao estabelecimento de parâmetros. Como se observa na Figura 18a, foi estabelecido um valor $x_{probe} = 1.5$, que nos retorna um valor $y_{probe} = 0,9$ aproximadamente. Conforme mostrado na Figura 18b, o resultado desses parâmetros é a representação gráfica do modelo de regressão linear simples e suas estatísticas.

Figura 18a – Filtros para plotagem da representação gráfica

```

# tratamento para garantir que ambas as series tenham o mesmo tamanho
# atentar para utilizar series cujo perío termina na mesma data
series_len = min(len(x_data), len(y_data))
x_data = x_data[-series_len:].reshape(-1, 1)
y_data = y_data[-series_len:]
print(f"Tamanho total das series: {series_len}")

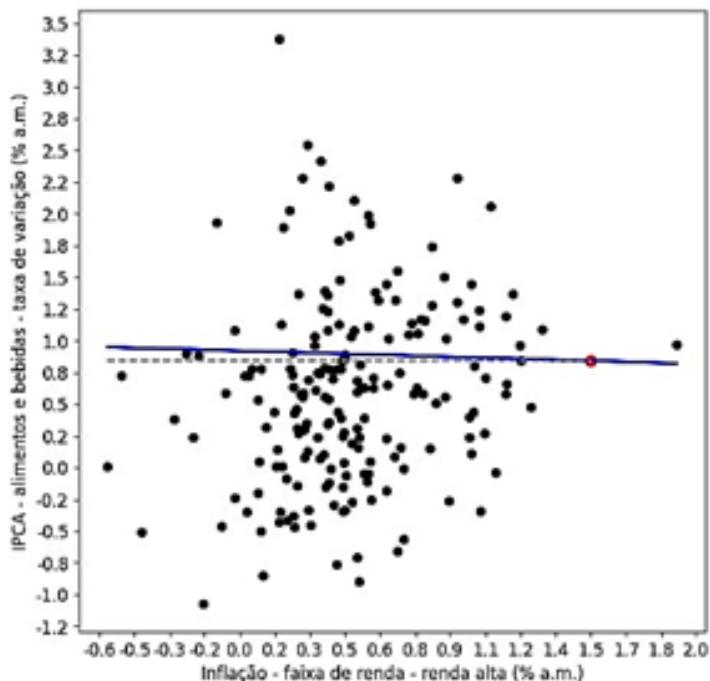
# filtrando nome e unidade das series para deixar o plot mais legível
x_metadata_df = metadata_df[metadata_df["codes"] == x_code]
y_metadata_df = metadata_df[metadata_df["codes"] == y_code]
x_series_name = x_metadata_df["names"].values[0]
y_series_name = y_metadata_df["names"].values[0]
x_series_unty = x_metadata_df["unities"].values[0]
y_series_unty = y_metadata_df["unities"].values[0]

linear_regression(
    x = x_data,
    y = y_data,
    x_label = f"{x_series_name} {x_series_unty}",
    y_label = f"{y_series_name} {y_series_unty}",
    training_set_size = int(series_len * 0.9), # 90% para treino
    x_probe=1.5,
    # y_probe=0.9
)

```

Fonte: Produção dos autores.

Figura 18b – Representação gráfica do modelo de regressão linear simples



Fonte: Produção dos autores

As estatísticas oriundas do estudo de regressão linear simples, envolvendo as variáveis faixa de renda alta e IPCA alimentos e bebidas, podem ser observadas na Figura 19, na qual podemos destacar o R^2 (Erro quadrado) e o Coeficiente de determinação.

Figura 19- Estatísticas para o modelo de regressão linear simples, gráfico

```
Tamanho total das series: 209
Coeficiente angular:
[-0.05246833]
Coeficiente linear:
0.9200095922177841
Erro quadratico medio: 0.64
Coeficiente de determinacao: -0.17
```

Fonte: Produção dos autores.

O estudo de regressão linear simples, em conformidade com o problema-exemplo escolhido, permite realizar análises considerando diferentes faixas de renda. Nesse caso em específico desse exemplo, adotou-se o IPCA alimentos e bebidas e a faixa renda alta; contudo, outras faixas de renda poderiam ser escolhidas para fins de análise. O processo descritivo do trabalho com dados, previsto na terceira fase do ciclo investigativo, possibilitou o acesso a estatísticas e representações gráficas, sob a ótica do estudo da regressão linear simples, o que pode favorecer análises sobre as relações entre as variáveis IPCA alimentos e bebidas e faixa de renda.

Análise: Com os dados devidamente higienizados e organizados, conforme a relação entre “x” - variável independente, representando a inflação na faixa de renda alta – e “y”, variável dependente, referente ao IPCA de alimentos e bebidas –, observa-se, a partir da filtragem dos dados do problema-exemplo e da plotagem da representação gráfica da regressão linear simples (Figura 18b), a existência de uma dispersão relevante entre os pontos, acompanhada de uma leve inclinação negativa. Para um valor $x = 1,5$, o valor predito de y é aproximadamente 0,9, atuando como modelo preditivo.

Além disso, o coeficiente de determinação R^2 é de 0,64 (Figura 19), numa escala que varia de 0 a 1, o que é coerente com a dispersão de dados. Essa métrica indica a proporção da variação dos valores observados para os dados, que é explicada pelo modelo de regressão linear simples. Ainda, na Figura 19, o coeficiente angular é de -0,17, ou seja, negativo e baixo

(próximo de 0), indicando que os valores da variável “x” (inflação na faixa de renda alta) são inversamente proporcionais aos da variável “y” (IPCA alimentos e bebidas). Com essa análise, apresentam-se algumas conclusões para o problema-exemplo, a quinta fase do ciclo investigativo.

Conclusão: No problema-exemplo, que investiga a relação entre inflação faixa de renda alta e IPCA de alimentos e bebidas com base nos dados do IPEADATA e a partir do modelo estatístico de regressão linear simples gerado via integração do *Python*, é possível afirmar que a natureza dos dados indica que o IPCA de alimentos e bebidas para a faixa de renda alta é pouco afetado pela inflação, ou, conforme a análise mostrada na Figura 19, pode até apresentar relação inversamente proporcional. Ressalta-se que essa análise e conclusão, específicas para o recorte de renda alta, podem não se aplicar caso o foco seja a faixa de renda baixa ou muito baixa, nas quais as estatísticas e o modelo de regressão linear simples mudariam.

Para além do problema-exemplo, o modelo de regressão linear simples, usando o API do IPEADATA, pode acessar toda a base de dados de mais de 4300 itens, o que demonstra a possibilidade de exploração de uma gama considerável de modelos.

7 Discussão

A proposição de integração do *Python* por meio de um problema-exemplo evidencia que o código proposto é relevante para a fase de trabalho com os dados, desde que seja concebido como estratégia para a análise, por meio de modelos de regressão linear simples, em um processo de planejamento (segunda fase do ciclo investigativo).

É na fase de trabalho com os dados (terceira fase do ciclo investigativo) que a proposta de integração do *Python* pode se mostrar relevante, ao permitir higienizar e adequar a organização dos dados, além de viabilizar a extração de estatísticas e representações para eles. Potencialmente, esses resultados emergentes, ao permitirem acessar estatísticas e representações relativas à regressão linear simples, podem configurar a integração do código construído em *Python* como favorável nas fases de análise e conclusões, previstas no ciclo investigativo, para um problema inicial colocado.

Em relação aos estágios de transnumeração, o processo descrito, a partir do problema-exemplo, elucida uma organização para os dados na qual medidas quantitativas foram parametrizadas, o que pode colaborar

para o processo de análise dos dados, como prevê o primeiro estágio de transnumeração.

O processo de representar graficamente um modelo de regressão linear, elementos do segundo estágio de transnumeração, pode permitir entender o que os dados indicam em relação ao problema. Assim, como os dados do IPEADATA são de uma realidade, consideram-se essas representações no sentido da transnumeração definida por Wild e Pfannkuch (1999). Adicionalmente, são essas representações que podem favorecer comunicações compreensíveis e convincentes sobre o problema estudado, aquilo que se espera no terceiro estágio de transnumeração.

8 Considerações finais

Este capítulo buscou apresentar uma proposta de integração do *Python* para o ensino de regressão linear simples. Concebida como resultado das experiências vivenciadas pelo primeiro autor em sua formação inicial em matemática, a proposta foi concebida à luz das fases do ciclo investigativo, em conformidade com Wild e Pfannkuch (1999).

Ao considerar introduzir o *Python* e eleger um problema-exemplo para explicitar um possível processo de integração dessa tecnologia digital, considera-se relevante a viabilidade do código de programação construído permitir acessar, por meio do API OData, os bancos de dados do IPEADATA, para realizar análises posteriores. Esse processo revela potencialidades do código, como resultado da integração do *Python*, para automatizações na fase de trabalho com dados.

Ao ser concebido na fase de planejamento do ciclo investigativo, como uma tecnologia para explorar dados relativos a um problema, o *Python*, especificamente o código de programação criado a partir da fase de trabalho com dados via um problema-exemplo, se mostrou viável nos processos de manipulação dos dados e levou a resultados que explicitaram condições para propor um modelo preditivo.

Sob as propriedades da regressão linear simples, a representação gráfica desse modelo e as estatísticas emergentes podem permitir a compreensão do problema abordado à luz dos dados. Essa possível compreensão pode ser concebida na direção daquilo que Wild e Pfannkuch (1999) definem como transnumeração. É nesse sentido que uma possível implementação da proposta poderá investigar contributos da integração do *Python* em processos transnumerativos, com referência nas propriedades

relativas à regressão linear simples, para compreender dados oriundos de um determinado problema.

Referências

- ANGRIST, J. D.; PISCHKE, J. **Mostly harmless econometrics: an empiricist's companion**. Princeton University Press, 2009.
- ARAÚJO, J. R. A. **Contributos de recursos digitais para análise gráfica de dados na disciplina estatística de uma formação inicial de professores**. 2023. 196 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2023.
- ARAÚJO, J. R. A. **Atividades para o estudo das Medidas de Tendência Central: uma proposta com o apoio do GeoGebra**. 2018. 145 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.
- CHEIN, F. **Introdução aos modelos de regressão linear: um passo inicial para compreensão da econometria como uma ferramenta de avaliação de políticas públicas**. Escola Nacional de Administração Pública (Enap), 2019.
- COUTINHO, C. Q. S. Transnumeração: o uso do GeoGebra na transformação de representações dos dados. **UNIÓN Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, v. 49, p. 11-25, 2017.
- DAL PIAZ, M. B. **Uso da linguagem Python no auxílio à aprendizagem de estatística descritiva na Educação Básica**. 2023. 60 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2023.
- LIRMAN, J. C.; SOBRINHO, P. P. B. Recursos digitais para o ensino-aprendizagem de estatística no ensino médio. **Caderno Intersaberes**, v. 11, n. 34, p. 120-136, 2022.
- MARCONDES, G. A. B. **Matemática com Python: um guia prático**. São Paulo: Novatec, 2018.
- PFANNKUCH, M.; RUBICK, A.; YOON, C. Statistical Thinking: An Exploration into Students' Variation-Type Thinking. **New England Mathematics Journal**, v. 34, n. 2, p. 82-98, 2002.

PFANNKUCH, M.; WILD, C. Towards an understanding of statistical thinking. *In: The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*. Dordrecht: Springer Netherlands, 2004. p. 17-46.

SANTANA, E. R. S.; CAZORLA, I. M. O Ciclo Investigativo no ensino de conceitos estatísticos. **Revemop**, v. 2, p. e202018, out. 2020.

SANTOS, A. A. **A construção do letramento estatístico em estratégias com o uso de tecnologias digitais em aulas de Estatística de cursos de graduação**. 2019. 134 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.

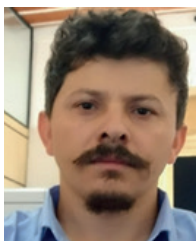
WILD, C. J.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. **International statistical review**, v. 67, n. 3, p. 223-248, 1999.

Sobre os autores



Frederico Xavier de Almeida: Licenciado em Matemática pelo IF Sudeste MG, pós-graduado em Gestão Escolar e em Ensino Profissional e Tecnológico pelo IF Sul de Minas, e graduando em Ciência de Dados pela UFMS. Professor de Matemática na Rede Pública Educação do Estado de Minas Gerais.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3555373785630400>



José Ronaldo Alves de Araújo: Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) Pós-Doutorando no Departamento de Educação Matemática (DEEMA) da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP).

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/2915161052907895>



Douglas da Silva Tinti: Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Professor do Departamento de Educação Matemática (DEEMA) da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP).

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/9156025676562066>

ÍNDICE REMISSIVO

A

- análise 11, 12, 13, 17, 21, 24, 31, 33, 36, 39, 48, 50, 51, 52, 55, 58, 63, 68, 75, 77, 78, 79, 80, 81, 83, 84, 86, 88, 89, 90, 95, 96, 100, 101, 102, 105, 107, 108, 109, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 120, 121, 123, 125, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 139, 140, 147, 148, 151, 160, 161, 163, 165, 166, 167, 179, 180, 181, 182
- aprendizagem 12, 13, 15, 16, 17, 18, 20, 21, 23, 24, 25, 26, 29, 30, 32, 34, 36, 37, 38, 39, 40, 43, 53, 55, 56, 58, 61, 63, 69, 71, 72, 74, 76, 79, 80, 83, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 93, 96, 98, 106, 107, 111, 112, 113, 115, 117, 118, 121, 122, 124, 126, 127, 130, 131, 133, 134, 135, 136, 153, 155, 159, 160, 163, 164, 182

C

- Ciências 12, 15, 33, 73, 91, 92, 95, 96, 109, 110, 126, 128, 153
- Combinatória 6, 11, 12, 13, 14, 15, 18

E

- Ensino de Estatística 17, 22, 31, 98, 127
- Ensino Fundamental 15, 16, 19, 20, 31, 32, 36, 41, 52, 53, 55, 56, 57, 58, 60, 62, 63, 71, 72, 73, 74, 91, 92, 93, 96, 100, 102, 115
- Estatística 6, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 24, 27, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 49, 51, 52, 53, 63, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 80, 89, 90, 91, 92, 93, 95, 96, 97, 98, 109, 110, 111, 114, 115, 116, 126, 127, 128, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 139, 148, 153, 154, 155, 156, 183
- estudantes 11, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 28, 30, 31, 32, 36, 37, 39, 41, 43, 46, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 96, 97, 98, 99, 102, 105, 106, 107, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 130, 131, 133, 134, 135, 136, 153
- evidências 11, 12, 114, 133, 135
- experiências 12, 13, 14, 22, 25, 39, 40, 52, 55, 58, 60, 72, 74, 181

F

formação 11, 12, 13, 17, 21, 26, 34, 40, 56, 74, 80, 95, 98, 108, 113,
115, 123, 127, 130, 133, 135, 153, 154, 156, 159, 181, 182

G

GeoGebra 12, 16, 76, 80, 81, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 154,
160, 182

gráficos 11, 15, 16, 17, 28, 29, 31, 38, 39, 43, 48, 49, 50, 55, 95, 96,
97, 98, 99, 101, 102, 105, 106, 107, 111, 113, 114, 115, 116,
120, 123, 124, 125, 126, 130, 132, 134, 135, 136, 137, 140, 148,
151, 169, 172

gráficos estatísticos 16, 96, 101

I

inclusão 11, 40, 64, 95, 112

informação 11, 17, 19, 38, 47, 76, 77, 98, 127, 131, 132, 135, 140,
143, 148, 162

informações estatísticas 17, 21, 76, 77, 99, 132

interdisciplinaridade 12, 37, 128

J

jogo digital 16, 56, 63, 71, 72

M

Matemática 12, 15, 16, 17, 20, 25, 30, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 40, 41,
43, 51, 52, 53, 55, 56, 57, 63, 70, 73, 74, 75, 76, 80, 90, 91, 92,
93, 96, 100, 101, 109, 110, 111, 115, 126, 127, 128, 129, 133,
153, 154, 155, 156, 157, 159, 182, 183

método 17, 24, 78, 119, 121, 122, 123, 125, 162

metodologias 13, 43, 61, 101, 112, 119, 126, 134

modelagens 13, 136

P

Probabilidade 6, 11, 12, 13, 14, 15, 18, 19, 20, 36, 37, 38, 52, 56, 57,
58, 63, 71, 72, 73, 74, 76, 77, 80, 87, 89, 90, 95, 126, 156

professores 12, 13, 14, 17, 20, 25, 38, 53, 55, 56, 60, 74, 80, 90, 93,
96, 116, 117, 118, 123, 127, 131, 133, 153, 154, 182

protagonismo 15, 17, 32, 123, 160

Python 13, 17, 18, 159, 160, 161, 163, 164, 166, 167, 168, 175, 177,
180, 181, 182

S

sequências didáticas 13, 153

sociedade 11, 14, 38, 44, 56, 59, 60, 61, 75, 95, 99, 100, 112, 113,
114, 126, 129, 130, 135, 155

software R 17, 131, 134, 135, 137, 139, 140, 148, 153

softwares 13, 39, 56, 89, 112, 116, 130, 134, 135, 155

T

tecnologia 12, 13, 18, 29, 36, 48, 49, 55, 56, 61, 62, 92, 121, 134, 160,
161, 181

transnumeração 18, 21, 160, 163, 164, 166, 177, 180, 181

A construção desta obra “Ensino de Combinatória, Probabilidade e Estatística mediado por tecnologias digitais” é fruto de uma parceria estabelecida entre os organizadores, egressos do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) da Universidade Cruzeiro do Sul e membros do GT1 - Matemática na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e GT12 - Educação Estatística da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). A obra reúne contribuições, em oito capítulos, que exploram o Ensino de Combinatória, Probabilidade e Estatística mediado por tecnologias digitais. Assim, para instigar a leitura, passamos a apresentar, sucintamente, o conteúdo de cada um dos capítulos. Esperamos que esta obra não apenas inspire leituras, mas também estimule reflexões críticas e promova debates enriquecedores entre educadores, pesquisadores e estudantes sobre a fascinante temática do ensino de Combinatória, Probabilidade e Estatística mediado por tecnologias digitais. Que ela contribua para ampliar o entendimento e a valorização dessas áreas fundamentais da Educação Estatística, fortalecendo práticas pedagógicas inovadoras e o uso consciente das tecnologias nos processos de ensino e de aprendizagem.

